

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Comprueba, mediante derivación, si las siguientes funciones designadas por $F(x)$ son primitivas o no de las correspondientes designadas por $f(x)$:

- a) $F(x) = e^{3x}$; $f(x) = e^{3x}$
 b) $F(x) = \frac{2x}{1+x^2}$; $f(x) = \ln(1+x^2)$
 c) $F(x) = \ln(\cos x)$; $f(x) = \operatorname{tg} x$
 d) $F(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$; $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$
 e) $F(x) = \operatorname{tg} x + \frac{x^3}{3}$; $f(x) = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 x} - x^2$
 f) $F(x) = 3.027 + x$; $f(x) = 1$

2. Determina las siguientes integrales, y comprueba los resultados utilizando la derivada.

- a) $\int 6x^7 dx$ h) $\int (-4x^{\frac{2}{3}} + 2x) dx$
 b) $\int 5x^{\frac{1}{4}} dx$ i) $\int \left(\frac{3}{x^2} - \frac{1}{x} + \sqrt{x} \right) dx$
 c) $\int \frac{4}{x^5} dx$ j) $\int \left(-\frac{3}{x^2} + \frac{7}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$
 d) $\int 5\sqrt{x^3} dx$ k) $\int \left(3x\sqrt{x} + \frac{e^x}{5} \right) dx$
 e) $\int 37 dx$ l) $\int \left(\sqrt{x^5} - \frac{2}{3\sqrt{x}} \right) dx$
 f) $\int 9e^x dx$ m) $\int \sqrt{x}(x^3 + 1) dx$
 g) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) dx$ n) $\int 3x(x-1)^2 dx$

3. Calcula por el método de sustitución las siguientes integrales:

- a) $\int (3x-7)^4 dx$
 b) $\int 4e^{3x} dx$
 c) $\int \sqrt{3x+12} dx$
 d) $\int \frac{4}{2x+3} dx$
 e) $\int 4e^{4-x} dx$
 f) $\int [x+2]^3 - (x+2)^2 dx$
 g) $\int 3x^2 e^{x^3+2} dx$
 h) $\int x(x^2-4)^3 dx$

- i) $\int x\sqrt{x^2-7} dx$
 j) $\int x \operatorname{sen} x^2 dx$
 k) $\int x^2(x^3-1)^{\frac{3}{5}} dx$
 l) $\int x^4 e^{x^5+3} dx$
 m) $\int \frac{2x^3}{x^4+5} dx$
 n) $\int \frac{5x^3}{(x^4-1)^2} dx$
 ñ) $\int (x-1)(x^2-2x+3)^4 dx$
 o) $\int \frac{\ln x}{3x} dx$
 p) $\int \frac{5}{x \ln x} dx$
 q) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{5\sqrt{x}} dx$
 r) $\int \frac{x \ln(x^2+3)}{x^2+3} dx$
 s) $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$

4. Calcula por el método de integración por partes:

- a) $\int 2xe^{-x} dx$ g) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$
 b) $\int (x+5)e^x dx$ h) $\int \operatorname{sen} x e^x dx$
 c) $\int x^2 e^x dx$ i) $\int x(\ln x)^2 dx$
 d) $\int x^3 e^{x-1} dx$ j) $\int e^x \cos x dx$
 e) $\int \ln x dx$ k) $\int x^2 \cos 2x dx$
 f) $\int x^2 \ln x dx$ l) $\int \operatorname{arc} \operatorname{tg} x dx$

5. Calcula las integrales racionales siguientes:

- a) $\int \frac{x^3-x+2}{x^3} dx$
 b) $\int \frac{x-1}{1-x^2} dx$
 c) $\int \frac{x^3+4x^2-2x+5}{x-2} dx$
 d) $\int \frac{3x+2}{x-4} dx$

e) $\int \frac{x+3}{x^2-5x+6} dx$

f) $\int \frac{x+2}{x^2-4x+3} dx$

g) $\int \frac{x^3-x^2+4x-5}{x^2+4x+3} dx$

h) $\int \frac{x+1}{x^2+x-2} dx$

i) $\int \frac{x^2-x+3}{x^2-8x+16} dx$

j) $\int \frac{5}{x^3+3x^2+3x+1} dx$

k) $\int \frac{x+4}{(x+2)(x^2+2x+1)} dx$

l) $\int \frac{2}{x(x^2-2x+1)} dx$

m) $\int \frac{4x-6}{x^2(x+4)} dx$

n) $\int \frac{2x-5}{x(x+3)(x+4)} dx$

ñ) $\int \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx$

6. Calcula las integrales de funciones circulares siguientes:

a) $\int \sen x dx$

h) $\int 2 \sen^2 x \cos x dx$

b) $\int \operatorname{tg} x dx$

i) $\int \frac{\sen x}{\cos^2 x} dx$

c) $\int \cos^7 x dx$

j) $\int \sen^5 x \cos^3 x dx$

d) $\int \operatorname{cotg} x dx$

k) $\int \frac{2 \sen x}{\cos x - 1} dx$

e) $\int 3 \sen x \cos x dx$

l) $\int \frac{\cos^3 x}{1 - \sen x} dx$

f) $\int \cos^2 x dx$

m) $\int 5 \sen^2 x \cos^2 x dx$

g) $\int 4 \sen^3 x \cos^2 x dx$

n) $\int \frac{\sen x - \operatorname{tg} x}{\cos x} dx$

7. Determina la primitiva $F(x)$ para las funciones y condiciones siguientes:

a) $f(x) = (2x+1)^2$; $F(0) = 20$

b) $f(x) = \frac{x}{x+1}$; $F(0) = 5$

c) $f(x) = e^{2x-1}$; $F\left(\frac{1}{2}\right) = 7$

d) $f(x) = x \cos x$; $F(0) = 4$

e) $f(x) = \frac{e^x}{1+2e^x}$; $F(2) = 0$

f) $f(x) = \frac{2x}{(x+3)^2}$; $F(-2) = 9$

g) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$; $F(2) = 4$

h) $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$; $F(0) = 10$

i) $f(x) = \frac{4}{x^2+1}$; $F(1) = 2\pi$

j) $f(x) = \frac{\cos x \operatorname{tg} x}{\sen x}$; $F(5) = 0$

k) $f(x) = \frac{\operatorname{cotg} x - \cos x}{\sen x}$; $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

8. Determina el espacio recorrido $e(t)$ en cada instante t por un móvil que lleva una velocidad:

$$v(t) = 40t - 20 \text{ m/s}$$

sabiendo que $e(1) = 9 \text{ m}$.

9. Determina una función $f(x)$ que pase por el punto $(1, 5)$ y cuya pendiente tenga la expresión $3x^3 + 2x^2$ para cada valor de x .

10. Se estima que la velocidad de crecimiento de una población viene determinada por la función:

$$f(x) = 5 + 10\sqrt{x}$$

siendo x el número de meses transcurridos.

Si actualmente la población está formada por 10.000 personas, ¿cuál será el número de personas de la población dentro de un año?

11. Determina la velocidad $v(t)$ en cada instante t de un móvil que lleva una aceleración:

$$a(t) = 10t + 10 \text{ m/s}^2$$

sabiendo que $v(2) = 10 \text{ m/s}$.

12. Determina la función $f(x)$ cuya tangente tiene por pendiente $5\sqrt{x}(x+3)$ por cada valor x y cuya gráfica pasa por el punto $(1, 1)$.