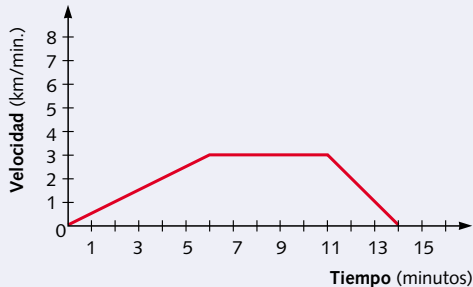
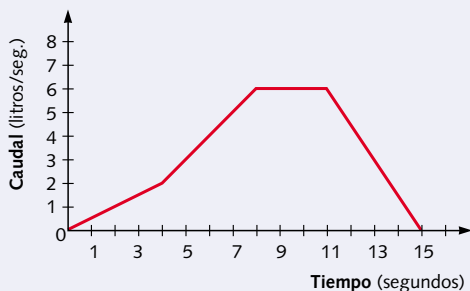


EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

1. La velocidad de un tren ha evolucionado de acuerdo con la gráfica siguiente:



- Calcula el espacio recorrido hasta el instante $t = 6$.
 - Calcula el espacio total recorrido.
2. Un depósito se está llenando con un grifo cuyo caudal, que es variable, sigue la gráfica:



- Calcula el volumen de agua depositado hasta el instante $t = 10$.
- Calcula el volumen de agua aportado entre los instantes $t = 3$ y $t = 7$.

3. (Selectividad. Oviedo, 1995). Sea:

$$F(x) = x^4 + ax^3 + bx$$

Calcula a y b sabiendo que:

- El punto $(1, 2)$ pertenece a la gráfica de $F(x)$.
 - $F(x)$ es función primitiva de cierta función $f(x)$ cuya integral en el intervalo $[1, 2]$ es igual a 10.
4. Calcula las siguientes integrales definidas:

a) $\int_1^3 \frac{x}{x^2 + 1} dx$	d) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$
b) $\int_2^3 \left(x - \frac{1}{2}\right) dx$	e) $\int_0^\pi \sin 3x dx$
c) $\int_1^4 \frac{dx}{x}$	f) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

5. (Selectividad. Burgos, 1995). Halla el área de la figura comprendida entre la hipérbola $xy = 1$ y las rectas $x = a$ ($a > 0$), $x = 3a$ y el eje OX .

6. (Selectividad. Jaén, 1995). Calcula el área limitada por la gráfica de la función $y = \cos x$ entre $x = 0$, $x = 2\pi$ y el eje OX . Realiza un esbozo gráfico.

7. (Selectividad. Zaragoza, 1999). Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + b & \text{si } x \leq -1 \\ 3x^2 + 4 & \text{si } -1 < x < 1 \\ -x^3 + 8 & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

donde b es un parámetro real. Se pide:

- Calcula el valor del parámetro b para que $f(x)$ sea continua en $x = -1$ y en $x = 1$.
 - Calcula el área del recinto limitado por $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Explicar los pasos seguidos para obtener la respuesta.
8. (Selectividad. Valencia, 1999). Expresa mediante una integral el área del triángulo de vértices $(0, 3)$, $(7, 3)$ y $(7, 10)$. No es necesario calcular la integral, pero se debe explicar el significado de la integral escrita.
9. (Selectividad. Murcia, 1999). Determina el área comprendida entre la gráfica de la función $f(x) = x^3/8$ y la recta $y = 2x$.

10. (Selectividad. Oviedo, 1999). Dada la función:

$$f(x) = xe^{x/2}$$

- Calcula una primitiva de f .
 - Calcula $\int_0^2 f(x) dx$.
 - Si F y G son dos primitivas de f y $H = F - G$, ¿es posible que la derivada de H sea la función x^2 ?
11. (Selectividad. Zaragoza, 1998). Calcula el área limitada por la gráfica de la función $y = \sqrt{x}$ y las rectas $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$.
12. (Selectividad. La Rioja, 1998). Calcula el área encerrada entre las gráficas de las funciones $y = 2$, $y = 4$, e $y = 1/x^2$.
13. (Selectividad. Oviedo, 1997). Dada la función $f(x) = ax^3 + bx + c$, calcula los valores de a , b y c sabiendo que:
- $F(x) = x^4 - 2x^2 + cx$ es una primitiva de $f(x)$.
 - La integral de $f(x)$ en el intervalo $[0, 1]$ es igual a 1.
14. (Selectividad. Madrid, 1997). Sea la función $y = 2x^3 - 3x^2 + x$. Calcula el área del recinto limitado por dicha función y la función $y = 0$.

15. (Selectividad. Zaragoza, 1997). Considera la función $f(x) = ax^2 + b \ln x$. Se pide:

a) Calcula los valores de a y b para que $f(x)$ tenga un punto de inflexión.

b) Para $a = 1$ y $b = 0$, calcula $\int_2^4 f(x) dx$. Interpreta geoméricamente esta integral.

16. (Selectividad. La Rioja, 1997). Calcula el área del recinto limitado por las curvas $y = x$, $y = x^2$ e $y = \left(\frac{x}{4}\right)^2$.

17. (Selectividad. Oviedo, 1996). Dada la función $f(x) = (x + 1)(3x - 2)$:

a) Calcula una primitiva de $f(x)$.

b) Justifica que la función $F(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ no es primitiva de $f(x)$.

c) Enuncia la regla de Barrow y calcular:

$$\int_0^1 (x + 1)(3x - 2) dx$$

18. (Selectividad. Zaragoza, 1996). Calcula el área del recinto plano limitado por las gráficas de las funciones $y = x^2 - 9$, $y = 7$.

19. (Selectividad. Madrid, 1996). Sea la función:

$$f(x) = -(x + 2)(x - 2)(x - 4)$$

a) Halla la ecuación de la recta tangente a dicha función cuando $x = 0$.

b) Halla el área del recinto limitado por la curva y el eje de abscisas.

20. (Selectividad. Cantabria, 1994). Las pérdidas o ganancias, y , de una empresa siguen una ley:

$$y = \frac{2x - 4}{x + 2}$$

siendo x los años de vida de la empresa. ¿Cuántos son los beneficios o pérdidas acumulados en los tres primeros años?

21. (Selectividad. Valladolid, 1994). Una función $F(x)$ tiene como derivada $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$ y verifica $F(0) = 3$. Cálculala.

22. (Selectividad. Castellón, 1995). Halla el área comprendida entre la recta de ecuación $y = x$ y la parábola de ecuación $y = x^2 - 2$.

23. (Selectividad. Huelva, 1995). Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Se pide:

a) Representala gráficamente.

b) Halla el área del recinto limitado por la gráfica de la función, el eje de abscisas y el eje de ordenadas.

24. (Selectividad. Jaén, 1995). Calcula el área del recinto finito limitado por las gráficas de las dos funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = 8x - x^2$.

25. (Selectividad. País Vasco, 1995). Representa gráficamente la región del plano limitada por el eje de abscisas, la curva $y = x^3$ y la recta $x + y = 2$, y halla su área.

26. Halla, mediante la fórmula de los trapezios, la siguiente integral definida que no se puede resolver por los métodos de integración normales. Obtén, para ello, los valores de la función para 0, 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 y 1:

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

27. (Selectividad. Sevilla, 1995). Halla K para que el área limitada por la curva de ecuación:

$$y = (x - 1)^2 + K$$

el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = 2$ sea igual a $\frac{10}{3}$.

28. (Selectividad. Barcelona, 1994). Determina el área de la región del plano limitada por el eje de ordenadas y las rectas $y = 2$, $y = -x + 6$.

29. (Selectividad. Burgos, 1996).

a) Determina el valor de a para que la curva $y = x^3 + ax$ pase por el punto $(1, 5)$ y dibújala.

b) Calcula el área encerrada por la curva anterior, el eje de abscisas y las rectas $x = 4$ y $x = 6$.

30. (Selectividad. Murcia, 1995). Calcula el área determinada por la curva $y = x^2 + ax + b$ y las rectas $x = -\frac{1}{2}$, $y = 1$, sabiendo que la función tiene un mínimo en $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

31. (Selectividad. Valladolid, 1995). Calcula el área encerrada entre la curva $y = -x^2 + 4x$ y la recta $y = x$.