I.E.S. SATAFI Sacitámetam Curso 2º Bachillerato. Fecha :

Nombre		Grupo	

1.-) **ELIGE DOS** de los siguientes apartados y calcula las integrales indefinidas correspondientes:

a) $\int 3x^2+\frac{5}{x}-6e^x dx = \int 3x^2dx \; +5\int \frac{1}{x}dx \; -6\int e^x dx = x^3 \; +5Ln(x) \; -6e^x+C$

b) $\int \frac{3}{x^4}+\frac{2}{x^2+1}-2\; dx = 3\int x^{-4}\; dx \; +2\int \frac{1}{x^2+1}dx \; -\int 2\; dx = x^{-3}+2ArcTg(x)-2x+C$

c) $\int 2\sqrt[3]{x^4}+5x^3+\frac{1}{x+1}dx = 2\int x^{\frac{4}{3}}dx \; +5\int x^3dx \; +\int \frac{1}{x+1}dx = \frac{2x^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}}+\frac{5x^4}{4}+Ln(x+1)+C =$

$=\frac{6\sqrt[3]{x^7}}{7}+\frac{5x^4}{4}+Ln(x+1)+C$ (Ver observación al final del examen)

2.-) **ELIGE TRES** de los siguientes apartados y calcula las integrales indefinidas correspondientes:

a) $u=(3x^2-6) --> du=6x$ $\quad u=6x --> du=6$

$dv=e^x ------> v=e^x$ $\quad dv=e^x --> v=e^x$

$$\int (3x^2-6)e^x dx = (3x^2-6)e^x-\int 6xe^x dx \underset{\text{Integramos por partes otra vez}}{=} (3x^2-6)e^x-\left(6xe^x-\int 6e^x dx\right) = (3x^2-6)e^x-6xe^x+6e^x+C$$

Simplificando:

$(3x^2-6x)e^x+C$

---

b) $$\int (3x^2+x)e^{2x^3+x^2-5}dx = \frac{1}{2}\int 2\cdot(3x^2+x)e^{2x^3+x^2-5}dx = \frac{1}{2}\int e^t dt = \frac{e^t}{2}+C = \frac{e^{2x^3+x^2-5}}{2}+C$$

$t=2x^3+x^2-5$

$dt=(6x^2+2x)dx = 2\cdot(3x^2+x)dx$

---

c) $u=Ln(x) ----------> du=\frac{1}{x}$

$dv=(3x^3+5x+3) -----> v=\left(\frac{3x^4}{4}+\frac{5x^2}{2}+3x\right)$

$$\int (3x^3+5x+3)Ln(x)dx = \left(\frac{3x^4}{4}+\frac{5x^2}{2}+3x\right)\cdot Ln(x)-\int \underbrace{\left(\frac{3x^4}{4}+\frac{5x^2}{2}+3x\right)\cdot\frac{1}{x}}_{\text{Simplifico esta expresión}}dx =$$

$$=\left(\frac{3x^4}{4}+\frac{5x^2}{2}+3x\right)\cdot Ln(x)-\int\left(\frac{3x^3}{4}+\frac{5x^2}{2}+3\right)dx = \left(\frac{3x^4}{4}+\frac{5x^2}{2}+3x\right)\cdot Ln(x)-\left(\frac{3x^4}{16}+\frac{5x^3}{6}+3x\right)+C$$

---

d) $$\int 3x^2+6x\cdot Cos(x^2+5)dx = \underbrace{\int 3x^2dx}_{\text{Inmediata}}+\underbrace{\int 6x\cdot Cos(x^2+5)dx}_{\substack{\text{Cambio de variable}\\ t=x^2+5\\ dt=2x\cdot dx}} = x^3+\frac{1}{2}\int 6Cos(t)dt = x^3+3Sen(t)+C =$$

$=x^3+3Sen(x^2+5)+C$

Ejercicio:	1.)	2.-)	3.-)	4.-)	5.-)	6.-)
Puntuación:	1,5	3	0,5	1,5	1,5	2

3.-) Toma una de las integrales indefinidas que hayas calculado en el ejercicio anterior y determina la primitiva F(x) que verifica que F(0) = 3

La primera es la más sencilla:

$$F(x) = \left(3x^2 - 6x\right)e^x + C \quad \Rightarrow \quad F(0) = \left(3\cdot 0^2 - 6\cdot 0\right)e^0 + C = 3 \quad \Rightarrow \text{C=3} \Rightarrow \boxed{F(x) = \left(3x^2 - 6x\right)e^x + 3}$$

4.-) Se estima que la velocidad de expansión de un cierto virus viene determinada por la función $V(x) = 27x - 3x^2$ donde x viene dado en días. Si pasado dos días de la primera infección se han contabilizado un total de 200 infecciones, ¿cuántas se estima que habrá dentro de una semana?

El nº de infectados vendrá dado por

$$I(x) = \int V(x) = \int 27x - 3x^2 dx = \frac{27x^2}{2} - x^3 + C \qquad \text{Como } I(2) = 200 \Rightarrow \frac{27\cdot 2^2}{2} - 2^3 + C = 200 \Rightarrow C = 154$$

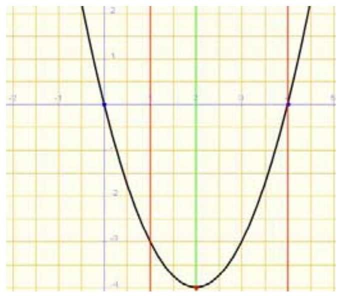
El nº de infectados será: $\boxed{I(x) = \frac{27x^2}{2} - x^3 + 154}$ y, por tanto, $I(7) = \frac{27\cdot 7^2}{2} - 7^3 + 154 \simeq 472,5$

Si entendemos "dentro de una semana" como 7 días después del segundo día, calcularíamos I(9)

5.-) Calcula la siguiente integral definida.

$$\underbrace{\int_1^2 \frac{x^2 + x + 2}{x} dx}_{\text{Simplifico}} = \int_1^2 x + 1 + \frac{2}{x} dx = \left.\frac{x^2}{2} + x + 2Ln(x)\right]_1^2 = \left(\frac{2^2}{2} + 2 + 2Ln(2)\right) - \left(\frac{1^2}{2} + 1 + 2\cancel{Ln(1)}\right) =$$

$$= \frac{3}{2} + 2Ln(2)$$



6.-) Calcula el área encerrada por la curva f(x) = x^2 –4x y las rectas x= 1 ; x = 4

Corte con OX : $x^2 - 4x = 0$ → → x(x – 4) = 0 →→ x=0; x= 4 → → Luego en todo el intervalo que me dan [1,4] la función tendrá el mismo signo (porque está entre las dos raíces). Un dibujito ayuda.

Luego, si integramos la función entre los límites dados, obtendremos, con signo negativo, el valor del área:

$$\int_1^4 x^2 - 4x \, dx = \left.\frac{x^3}{3} + 2x^2\right]_1^4 = \left(\frac{4^3}{3} - 2\cdot 4^2\right) - \left(\frac{1^3}{3} - 2\cdot 1^2\right) = -9 \qquad \boxed{\text{La área pedida son } 9 \text{ u}^2}$$

Obs: La tercera integral del apartado c) del ejercicio 1 es esencialmente "inmediata". Si se prefiere, se puede usar el cambio de variable t = x +1 ; dt = 1 dx , pero creo que es innecesario.

$$\int \frac{1}{x+1} dx = \int \frac{1}{t} dt = Ln(t) + C = Ln(x+1) + C$$