

EJERCICIOS DE FUNCIONES

1. Dada la función $f(x) = x^2 - x - 2$, hallar: $f(-3)$, $f(a-5)$ y $f(f(-1))$. Solución: $10, 2a^2 - 11a + 28, -2$

2. Dada la función:
$$\begin{cases} 3x-2 & \text{si } x \leq -2 \\ x+1 & \text{si } -2 < x < 4 \\ x^2 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$
, hallar $f(-7)$, $f(-2)$, $f(0)$, $f(4)$ y $f(10)$.

Solución: $-23, -8, 1, 16, 100$

a) Dada la función $f(x) = x^2 - 7x + 7$, se pide: Calcula la imagen de $(\sqrt{2} + 1)$ y la Antiimagen de 1 Sol-

lución: $-5\sqrt{2} + 3, \{1, 6\}$

3. Dada la función $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$, hallar las antiimágenes de $1, 1/2, -5$ y 0 . Sol: $\{1\}, \{2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}\}, \text{No tiene}, 0$

4. Hallar el dominio y el recorrido de la función $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Representarla determinando las coordenadas del vértice y los cortes con los ejes (si existen) Solución: $D(f) = \mathbb{R}, \text{Im}(f) = [-1/4, +\infty)$

5. Halla el dominio de las siguientes funciones: $y = \sqrt{x-2}, \quad y = \frac{-x}{x-4}$

Solución: $[2, +\infty), \mathbb{R} - \{4\}$

6. Determina la función inversa de estas funciones allí donde exista y comprueba que efectivamente son inversas una de la otra:

a) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$	b) $g(x) = 3 - \frac{x}{x-1}$	c) $h(x) = \frac{x-2}{3x-4}$
d) $i(x) = \text{Ln}(3x+1)$	e) $k(x) = e^{\frac{x-3}{2}}$	f) $m(x) = (2x+1)^2$
g) $n(x) = 2 - \frac{1}{x-2}$	h) $p(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-3}}$	

7. Usando las funciones anteriores, calcula las siguientes composiciones:

a) $f \circ g(x)$	b) $g \circ f(x)$	c) $m \circ f(x)$
d) $k \circ m(x)$	e) $f \circ f(x)$	f) $p \circ f(x)$

8. Conocida las tablas de valores de las siguientes funciones, calcula los mediante interpolación lineal:

$f(0)$; $f(2)$; $f(5/2)$; $g(3'25)$; $g(5)$; $g(7)$

x	-1	3	4
f(x)	4	1	6

x	3	4	6	8
g(x)	0	3	0	-5

9. Hallar el dominio de la función inversa de $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ Solución: $f^{-1}(x) = -\frac{x+3}{x-1}$, $D(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{1\}$.

10. Averigua si son pares o impares las funciones:

a) $f(x) = x^2 - 5$	b) $f(x) = x^3 + 3$	c) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$
d) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$	e) $f(x) = x^3 - 2x^2$	f) $f(x) = \text{Log}(x^2 + 3)$
g) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x}$	h) $f(x) = (x^3 + x) \cdot (x^2 + 1)$	i) $f(x) = (x^3 + x) \cdot (x^3 - x)$

11. Dadas las siguientes funciones, determina sus dominios:

a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$	b) $f(x) = \frac{x-1}{x^2 + 1}$	c) $f(x) = \sqrt{2x+3}$	d) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-2)}$
e) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-4}}$	f) $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 - 16}$	g) $f(x) = \log(x^2 - 2x)$	h) $f(x) = \frac{\log(x-2)}{x^2 - 4x + 3}$
i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$	j) $f(x) = \log(x+1) - \frac{3}{x+2}$	k) $f(x) = \sqrt{\log(x+1)}$	$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2 - 3x} + \sqrt{x^2 - 9}$

15.- Halla las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 11}{x - 2}$. Sol: Vertical $x = 2$. Oblicua $y = x - 3$.

16.- Halla las asíntotas de la función $f(x) = \frac{-x^3 + x^2 - 2x + 3}{x^2 + 3}$. Sol: Oblicua $y = -x + 1$.

17.- Ponemos al fuego un cazo con agua a $10^\circ C$. En 5 minutos alcanza $100^\circ C$ y se mantiene así durante media hora, hasta que el agua se evapora totalmente.

l) Representa la función que describe este fenómeno y halla su expresión analítica.

m) Di cuál es su dominio.

n) ¿Es una función continua?

Sol: b) $D f(x) = [0, 35]$; c) Es continua en todo su dominio.

18.- Halla las asíntotas de la función $f(x) = \frac{3x-1}{2-x}$. Sol: Vertical $x = 2$, horizontal $y = -3$.

19.- Representa la función $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x < 2 \\ (x-3)^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

20.- Representa la función $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ x-1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

21.- Representa la función $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

22.- De un cuadrado de 4 cm de lado, se cortan en las esquinas triángulos rectángulos isósceles cuyos lados iguales miden x .

a) Escribe el área del octógono que resulta en función de x .

b) ¿Cuál es el dominio de esa función.

Sol: a) $A(x) = 16 - 2x^2$; b) $(0, 2)$

23.- Representa $y = \frac{1}{x-2}$

24.- Halla las asíntotas de $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$. Sol: Vertical $x = 1$. Horizontal $y = 1$.

25.- Halla las asíntotas de $y = \frac{x^3}{x^2-1}$. Sol: Vertical $x = \pm 1$. Oblicua $y = x$.

26.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(-1, -4)$ y es paralela a $2x - 3y + 6 = 0$.

Sol: $2x - 3y - 10 = 0$

27.- Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(2, -1)$ y $B(5, 3)$. Sol: $4x - 3y - 11 = 0$.

28.- Representa la función $y = -3x^2 + 6x + 3$

29.- Los costes de producción de una empresa vienen dados por $C = 40.000 + 20q + q^2$ (q : unidades producidas; C : coste en ptas.). El precio de venta de cada unidad es de 520 ptas. pues se sabe que, a ese precio, el mercado absorbe toda la producción.

a) Expresa en función de q el beneficio de la empresa y represéntalo gráficamente.

b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo?

Sol: a) $B = -q^2 + 500q - 40.000$; b) 250 unidades.

30.- Halla la ecuación de la recta que corta a los ejes en $(3'5, 0)$ y $(0, -5)$. Sol: $-x + 0'7y = 3'5$.

31.- Los gastos fijos mensuales de una empresa por la fabricación de x televisores son $G = 2.000 + 25x$, en miles de pesetas, y los ingresos mensuales que se obtienen por las ventas son $I = 60x - 0'01x^2$, también en miles de pesetas.

¿Cuántos televisores deben fabricarse para que el beneficio (ingresos menos gastos) sea máximo? Sol: $B = -0'01x^2 + 35x - 2.000$. Deben fabricarse 1.750 televisores.