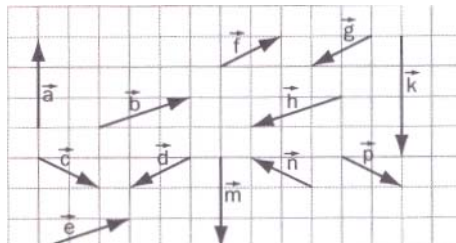


## VECTORES. Actividades

4º ESO (Op. B)

1. Dados los vectores de la figura, decide cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas:

$$\begin{array}{lll} 1) \vec{a} = \vec{m} & 2) \vec{m} = -\vec{k} & 3) \vec{b} = -\vec{h} \\ 4) \vec{b} = \vec{e} & 5) \vec{f} = -\vec{g} & 6) \vec{g} = \vec{d} \\ 7) \vec{b} = -\vec{n} & 8) \vec{c} = -\vec{p} & 9) \vec{n} = \vec{p} \end{array}$$

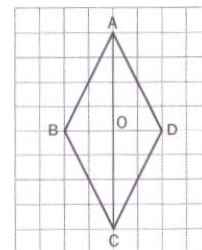


2. Dados los vectores de la figura anterior, dibuja los vectores:

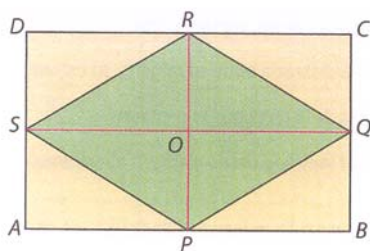
$$\begin{array}{llll} \vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} & \vec{v} = -\vec{c} + 3\vec{d} & \vec{w} = 2\vec{e} + \vec{f} - 3\vec{g} & \vec{x} = -\vec{h} + \vec{m} - 2\vec{n} \\ \vec{y} = -2\vec{k} + \vec{p} + 4\vec{g} + \vec{a} - \vec{b} & \vec{z} = \vec{m} + \vec{a} - 3\vec{c} & \vec{t} = 3\vec{b} - \vec{e} + 2\vec{h} & \end{array}$$

3. Dado el rombo de vértices ABCD, completa las siguientes igualdades:

$$\begin{array}{lll} \vec{AB} + \vec{BC} & \vec{AB} + \vec{BO} & \vec{OC} + \vec{CD} \\ \vec{CD} + \vec{AB} & \vec{OB} + \vec{OD} & \vec{CD} + \vec{DA} + \vec{AB} \end{array}$$



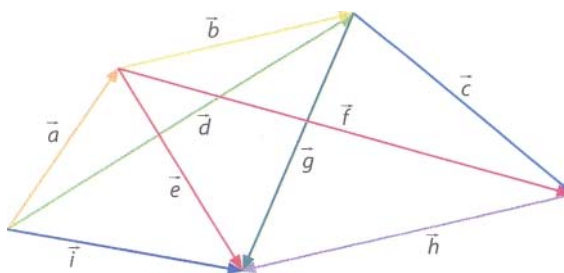
4. A partir de los elementos que se indican en la siguiente composición geométrica:



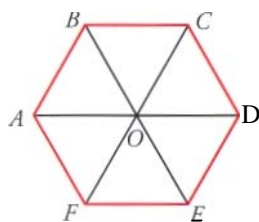
- Localiza todos los vectores que sean equipolentes al vector  $\vec{AS}$
- Expresa los vectores  $\vec{SQ}$ ,  $\vec{SO}$ ,  $\vec{RP}$ , y  $\vec{PR}$  en forma de combinaciones lineales de los vectores  $\vec{SP}$  y  $\vec{SR}$
- Señala todos los vectores que tengan el mismo módulo que  $\vec{AP}$ .
- Indica todas las ternas de puntos que se encuentren alineados.

5. Calcula el resultado de las operaciones efectuadas con los vectores libres de esta ilustración:

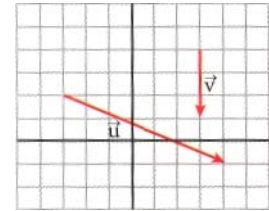
- $\vec{a} + \vec{e} - \vec{g}$
- $\vec{e} - \vec{g} + \vec{c}$
- $\vec{i} - \vec{h} - \vec{c} - \vec{b}$
- $\vec{c} - \vec{f} + \vec{e}$
- $\vec{b} + \vec{c} + \vec{h}$
- $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{h}$



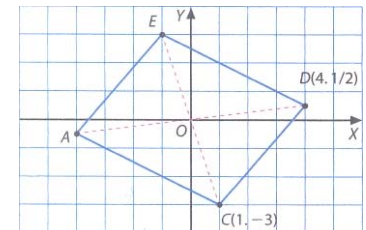
6. Representa en este hexágono los siguientes vectores:



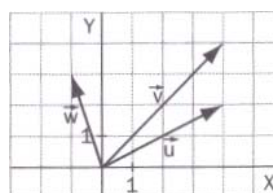
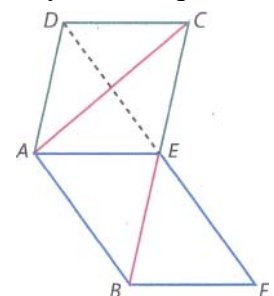
- $\vec{AB} + \vec{AF}$
- $\vec{AC} + \vec{AF}$
- $\vec{AB} + \vec{CD}$
- $\vec{AO} + \vec{AF}$
- $\vec{AO} + \vec{BC}$



7. a) ¿Cuáles son las componentes de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  ?  
 b) Dibuja el vector  $\vec{u} + \vec{v}$  y di cuáles son sus coordenadas.
8. Calcula los valores de m y n, sabiendo que el vector de origen, A(2, m - 2), y el del extremo, B(3n, 5), tienen de componentes (-5, 6).
9. Considerando los puntos A(3, -2) y B(-4, 5) y el vector  $\vec{u} = (1, 6)$ , halla las coordenadas de los siguientes puntos y vectores:  
 a) El punto C si el vector  $\overrightarrow{AC}$  es equipolente con  $\vec{u}$ .  
 b) El punto D si  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{u}$ .  
 c) El punto E, que es punto medio del segmento  $\overline{AB}$ .  
 d) El vector  $\vec{v} = 2 \cdot \overrightarrow{AB}$   
 e) El vector  $\overrightarrow{AF}$ , que es equipolente con  $-\vec{u}$   
 f) El vector  $\vec{w} = \vec{u} - \overrightarrow{AB}$ .  
 g) El origen, F, de  $\vec{u}$  si su extremo es B.  
 h) El extremo, G, de  $\vec{u}$  si su origen es A.
10. Dibuja en tu cuaderno un cuadrilátero cuyos vértices sean A(1, 2), B(-1, 2), C(-1, -3) y D(2, -3) y señala los puntos medios de los lados. Calcula las coordenadas de dichos puntos y demuestra que son los vértices de un paralelogramo. (Ayuda: comprueba que los puntos medios de los lados del cuadrilátero determinan dos pares de vectores equipolentes).



11. Calcula las coordenadas de los vértices A y E del siguiente paralelogramo:
12. Calcula m para que el vector  $\vec{u} = (m + 1, 2m)$ :  
 a) Sea unitario.      b) Tenga de módulo 2.
13. Dibuja en el plano cartesiano los puntos A(-2, 5) y B(1, -3) y otros tres puntos, P, Q y R, de modo que se cumpla que  $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AQ} = 3\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{AR} = 4\overrightarrow{AB}$ . Calcula las coordenadas de P, Q y R.
14. Las componentes de  $\overrightarrow{AB}$  son (-2, 3), y el punto A(3, 4). ¿Qué coordenadas tiene el punto B?
15. En la ilustración se ha dibujado un triángulo, ABC, y dos paralelogramos, AECD y AEFB, que tienen un vértice en el punto medio, E, del lado BC. Se sabe que A(3, 4), B(5, -1) y E(7, 3).  
 a) Establece las coordenadas de C, D y F.  
 b) Calcula las componentes de los vectores  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AF}$ ,  $\overrightarrow{EB}$ ,  $\overrightarrow{EF}$ ,  $\overrightarrow{EA}$ ,  $\overrightarrow{ED}$  y  $\overrightarrow{EC}$
16. Dados los vectores de la figura, calcula el valor de las siguientes operaciones:  
 a)  $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$   
 b)  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) - \vec{w} \cdot (\vec{u} - \vec{v})$   
 c)  $\vec{u} \cdot (2\vec{v} + 3\vec{w}) - \vec{w} \cdot (3\vec{u} - 2\vec{v})$

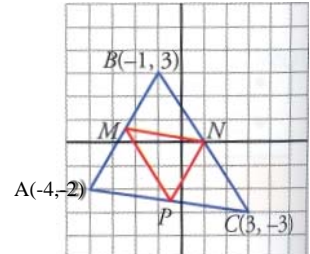


17. Calcula el módulo de los siguientes vectores: a)  $\vec{u} = (3, 4)$  b)  $\vec{v} = (-6, 8)$  c)  $\vec{w} = (-24, -32)$
18. Consideramos los vectores  $\vec{u} = (2, -2)$  y  $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$ . Dibújalos y calcula el ángulo que forman.
19. Calcula un vector unitario  $\vec{v}$  que tenga la misma dirección que el vector  $\vec{u} = (16, -30)$ .
20. Calcula un vector unitario  $\vec{v}$  que sea ortogonal al vector  $\vec{u} = (15, -8)$ .

21. a) Determina las coordenadas de los puntos M, N y P que son los puntos medios de los lados del triángulo ABC.

b) Halla las coordenadas de los vectores  $\overrightarrow{MN}$ ,  $\overrightarrow{MP}$  y  $\overrightarrow{PN}$  y comprueba

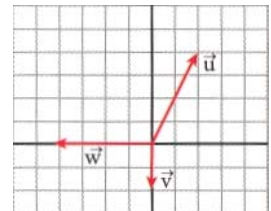
$$\text{que } \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \quad \overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{PN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB},$$



22. Averigua el valor de k para que se cumpla:  $(6/5, -2) = k(-3, 5)$
23. Dados los vectores  $\vec{u} = (3, 2)$ ,  $\vec{v} = (x, 5)$  y  $\vec{w} = (8, y)$ , calcula x e y para que se verifique:  
 $2\vec{u} - \vec{v} = \vec{w}$
24. Comprueba, en cada caso, si los puntos dados están alineados:  
 a) A(-1, 3), B(-2, 2), C(-4, -2)  
 b) A(1, 0), B(-3, -2), C(5, 2)

25. Calcula m para que los puntos R(5, -2), S(-1, 1) y T(2, m) estén alineados.
26. Halla, en cada caso, el punto simétrico de A(-3, -5) respecto de: a) P(-2, 0) b) Q(2, -3)
27. El punto medio de un segmento es M(0, -3) y uno de sus extremos es (7, 2). ¿Cuál es el otro extremo?

28. a) Cuáles son las componentes de los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{w}$ ?  
 b) Calcula m y n de modo que se cumpla:  $\vec{w} = m\vec{u} + n\vec{v}$



29. Halla las componentes de un vector  $\vec{w}$  que verifique la siguiente igualdad:  
 $-2\vec{w} = 3\vec{u} - \frac{5}{2}\vec{v}$  con  $\vec{u} = (-2, 1)$ ,  $\vec{v} = (4, -2)$

30. Los puntos A(-3, 1), B(1, -3) y C(4, 3) son tres vértices de un paralelogramo. Halla:  
 a) El vértice D opuesto a B.  
 b) Comprueba que las diagonales se cortan en el punto medio de ambas.

31. Calcula el valor de x para que el vector libre  $\vec{u} = (x, x+1)$  sea unitario.
32. Calcula el valor de x para que los vectores  $\vec{a} = (x+3, 4)$  y  $\vec{b} = (2, x-2)$  tengan igual módulo.
33. Calcula mediante operaciones vectoriales un punto D que forme un rectángulo con los puntos A(-3, -2), B(3, -2), C(3, 6). Calcula la longitud de los lados del rectángulo y la longitud de sus diagonales.

## SOLUCIONES

1. Son verdaderas: 3, 4, 5 y 6
- 2.
3.  $\vec{AC}$ ,  $\vec{AO}$ ,  $\vec{OD}$ ,  $\vec{OO}$ ,  $\vec{OO}$ ,  $\vec{CB}$
4. a)  $\vec{SD}$ ,  $\vec{PO}$ ,  $\vec{OR}$ ,  $\vec{BQ}$ ,  $\vec{QC}$       b)  $\vec{SQ} = \vec{SP} + \vec{SR}$ ,  $\vec{SO} = \frac{1}{2}\vec{SP} + \frac{1}{2}\vec{SR}$ ,  $\vec{RP} = \vec{SP} - \vec{SR}$ ,  $\vec{PR} = -\vec{SP} + \vec{SR}$
- c)  $\vec{PA}$ ,  $\vec{PB}$ ,  $\vec{BP}$ ,  $\vec{SO}$ ,  $\vec{OS}$ ,  $\vec{OQ}$ ,  $\vec{QO}$ ,  $\vec{DR}$ ,  $\vec{RD}$ ,  $\vec{RC}$ ,  $\vec{CR}$       d) A, P, B; S, O, Q; D, R, C; A, S, D; P, O, R; B, Q, C
5. a)  $\vec{d}$       b)  $\vec{f}$       c)  $\vec{a}$       d)  $\vec{g}$       e)  $\vec{e}$       f)  $\vec{i}$
6. a)  $\vec{AO}$       b)  $\vec{AD}$       c)  $\vec{AO}$       d)  $\vec{AE}$       e)  $\vec{AD}$
7. a)  $\vec{u} = (7, -3)$ ,  $\vec{v} = (0, -3)$       b)  $\vec{u} + \vec{v} = (7, -6)$
8.  $m = 1$ ,  $n = -1$
9. a) C(4,4)      b) D(11,-3)      c) E(-1/2, 3/2)      d)  $\vec{v} = (-14, 14)$       e)  $\vec{AF} = (-1, -6)$       f)  $\vec{w} = (8, -1)$       g) F(-5,-1)      h) G(4,4)
10. M(0,2), N(-1,-1/2), P(1/2,-3), Q(3/2,-1/2)       $\vec{MN} = \vec{QP} = (-1, -5/2)$
11. E(-1,3), A(-4,-1/2)
12. a)  $m = 0$ ,  $m = -2/5$       b)  $m = -1$ ,  $m = 9/5$
13. P(4,-11), Q(7,-19), R(10,-27)
14. B(1,7)
15. a) C(9,7), D(5,8), E(9,-2)      b)  $\vec{AB} = (2, -5)$ ,  $\vec{AD} = (2, 4)$ ,  $\vec{AC} = (6, 3)$ ,  $\vec{AF} = (6, -6)$   
 $\vec{EB} = (-2, -4)$ ,  $\vec{EF} = (2, -5)$ ,  $\vec{EA} = (4, -1)$ ,  $\vec{ED} = (-2, -5)$ ,  $\vec{EC} = (2, 4)$
16. a) 26      b) 32      c) 64
17. a) 5      b) 10      c) 40
18.  $\alpha \cong 18.43^\circ$
19.  $\vec{v} = (8/17, -15/17)$
20.  $\vec{v} = (8/17, 15/17)$
21. a) M(-5/2, 1/2), N(1,0), P(-1/2, -5/2)      b)  $\vec{MN} = (7/2, -1/2)$ ,  $\vec{MP} = (2, -3)$ ,  $\vec{PN} = (3/2, 5/2)$
22.  $k = -2/5$
23.  $x = -2$ ,  $y = -1$
24. a) No.  $\vec{AB}$  y  $\vec{BC}$  no son paralelos      b) Si.  $\vec{AB}$  y  $\vec{BC}$  son paralelos
25.  $m = -1/2$
26. a) A'(-1,5)      b) A'(7,-1)
27. B(-7,-8)
28. a)  $\vec{u} = (2, 4)$ ,  $\vec{v} = (0, -2)$ ,  $\vec{w} = (-4, 0)$       b)  $m = -2$ ,  $n = -4$
29.  $\vec{w} = (-2, 1)$
30. a) D(0,7)      b) M(1/2, 2)
31.  $x = 0$  o  $x = -1$
32.  $x = -17/10$
33. a)  $\vec{AB} = \vec{DC} \Rightarrow D(-3, 6)$       b)  $|\vec{AB}| = 6$ ,  $|\vec{BC}| = 8$       c)  $|\vec{AC}| = |\vec{BD}| = 10$