

Control 2:

Nombre		Grupo	
--------	--	-------	--

1.-) ¿Por qué es posible emplear la regla de Cramer para resolver el siguiente sistema? (0'5 p) Úsala y resuélvelo

empleando la mencionada regla.
$$\begin{cases} 2x+3y+z=11 \\ 3x-y+2z=16 \\ 5x+7y+3z=-20 \end{cases} \quad (1'5 \text{ p})$$

Es posible emplear la regla de Cramer porque se trata de un sistema CON MATRIZ DE COEFICIENTES CUADRADA y DETERMINANTE NO NULO. (o matriz de coeficientes invertible, o matriz de coeficientes cuadrada y de rango máximo)

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 5 & 7 & 3 \end{pmatrix} \quad |C| = -5$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 11 & 3 & 1 \\ 16 & -1 & 2 \\ -20 & 7 & 3 \end{vmatrix}}{-5} = \frac{-359}{-5} = \frac{359}{5}; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 11 & 1 \\ 3 & 16 & 2 \\ 5 & -20 & 3 \end{vmatrix}}{-5} = \frac{47}{-5} = -\frac{47}{5}; \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 & 11 \\ 3 & -1 & 16 \\ 5 & 7 & -20 \end{vmatrix}}{-5} = \frac{522}{-5} = -\frac{522}{5}$$

2.-) Discute el siguiente sistema en función de los posibles valores de "m" y resuélvelo para m = 3

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = -m \\ -x - y - mz = m^2 \end{cases} \quad (3p)$$

Observación 1: C y A tienen como máximo rango 3 (y al menos rango 1 valga lo que valga m)

$$C = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ -1 & -1 & -m \end{pmatrix} \quad |C| = -m^3 - 2 + 3m$$

Igualemos el determinante a cero y resolvemos la ecuación: $-m^3 + 3m - 2 = 0$

Por ser una cúbica, podemos intentar factorizar el polinomio empleando la división de Ruffini.

$$1 \begin{array}{r|rrrr} -1 & 0 & 3 & -2 \\ & -1 & -1 & 2 \\ \hline & -1 & -1 & 2 & 0 \end{array} \rightarrow (m-1)(-m^2 - m + 2) = 0 \quad \text{Ahora podemos reintentar Ruffini o resolver la ecuación de 2º grado.}$$

En cualquier caso la factorización es: $(m-1)^2 \cdot (m+2) = 0$ Cuyas raíces son $m = 1$ (doble) y $m = -2$.

Ahora tenemos los siguientes casos:

1º) Si $m \neq 1 \wedge m \neq -2$ entonces $|C| \neq 0$ y por tanto $Rg(C) = 3$ y como A tiene a lo sumo rango 3, tenemos $Rg(C) = Rg(A) = n^\circ$ de incógnitas \Rightarrow S.C.D.

2º) Si $m = 1$, las matrices son: $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ que tiene rango 1 por tener las tres filas proporcionales, y $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ que tiene rango 2

lo que se comprueba tomando por ejemplo el menor formado por $\begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$. Por tanto, $Rg(C) = 1 < 2 = Rg(A) \Rightarrow$ S. Incompatible.

3º) Si $m = -2$, las matrices son: $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ que tiene rango 2. (Se ve tomando por ejemplo $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$) y $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

que tiene rango 3 lo que se comprueba tomando por ejemplo las dos columnas anteriores, primera y segunda, y la cuarta $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 11$

Por tanto, $Rg(C) = 2 < 3 = Rg(A) \Rightarrow$ S. Incompatible.

Ejercicio:	1.)	2.-)	3.-)	4.-)	5.)
Puntuación	0.5 + 1.5	3 = 1.75 + 1.25	2	2	1
:					

- 3.-) Una compañía fabricó tres tipos de muebles: sillas, mecedoras y sofás. Para la fabricación de cada uno de estos muebles se necesitaron unidades de madera, plástico y aluminio tal y como se indica en la tabla siguiente. La compañía tenía en existencia 400 unidades de madera, 600 unidades de plástico y 1.500 unidades de aluminio. Si la compañía; utilizó todas sus existencias, ¿cuántas sillas, mecedoras y sofás fabricó? (2 p)

	Madera	Plástico	Aluminio
Sillas	1Ud	1 Ud	2 Uds
Mecedoras	1Ud	1Ud	3 Uds
Sofás	1 Ud	2Uds	5 Uds

Si llamamos x , y , z al número de sillas, mecedoras y sofás fabricados respectivamente, tenemos que:

$$\begin{cases} \text{Del total de madera disponible:} & x + y + z = 400 \\ \text{Del total de plástico disponible:} & x + y + 2z = 600 \\ \text{Del total de aluminio disponible:} & 2x + 3y + 5z = 1500 \end{cases} \quad \text{usando el método preferido, obtenemos que}$$

las soluciones del sistema son : $x = 100$; $y = 100$; $z = 200$.

Observa por ejemplo que restando las dos primeras ecuaciones obtienes z inmediatamente.

- 4.-) Discute el siguiente sistema en función de los posibles valores del parámetro λ dando la correspondiente interpretación geométrica en cada caso. Resuelve en los casos en que sea compatible.

$$\begin{cases} y + 2x = -1 \\ 2y + \lambda \cdot x = 6 \\ 3y + x = 2 \end{cases} \quad (2 \text{ p})$$

Sean las matrices de coeficientes y ampliada $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & \lambda \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & \lambda & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

Si en C tomamos las filas primera y tercera, obtenemos el menor $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -5 \neq 0$ independientemente del valor de λ , por lo que C tiene siempre rango 2.

Estudiemos ahora el rango de A $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & \lambda & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 5\lambda + 20$. Por tanto, igualando a cero tenemos que $5\lambda + 20 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -4$

y por tanto, si $\lambda \neq -4$, entonces $\text{Rg}(A)=3 > \text{Rg}(C)=2$ y el sistema es INCOMPATIBLE

(Las tres rectas NO se cortan en un punto)

Pero si $\lambda = -4$, entonces $\text{Rg}(A)=2=\text{Rg}(C)=n^\circ$ de incógnitas y el sistema es COMPATIBLE DETERMINADO.

(Las rectas se cortan en un punto)

Para resolver este caso, basta tomar el sistema formado por la primera y tercera ecuaciones

$$\begin{cases} y + 2x = -1 \\ 3y + x = 2 \end{cases} \quad \text{y resolver, ya que la otra también pasará por dicho punto. Las soluciones son } y=1; x=-1$$

5.-) Haz una exposición **CLARA, DETALLADA Y JUSTIFICADA** de TU VALORACIÓN de mi labor como profesor a lo largo del primer trimestre. Analiza **todos los aspectos posibles** e incluye cuantas **sugerencias** y apreciaciones consideres necesarias . (1 p)

Algunos de los aspectos a analizar son:

Puntualidad al llegar a clase.

Puntualidad en la corrección de exámenes.

Claridad en los objetivos y en los criterios de evaluación.

Uso de los medios (pizarra, libro, apuntes, hojas de ejercicios...)

Validez de los medios empleados (libro, internet, recursos externos...)

Orden en la exposición.

Velocidad-ritmo de la exposición.

Ajuste de los exámenes a lo expuesto en clase.

Comunicación profesor-alumno: Resolución de dudas, aclaraciones, atención a quejas y propuestas,...

.....

Las sugerencias y propuestas deben igualmente apoyarse en aspectos como los anteriores y deben dejar claro qué se debe mantener y qué eliminar y por qué, y qué se debe cambiar y cómo

Además se debe cuidar la redacción y la ortografía.....