

POLINOMIOS

1. Dados $Q(x) = 2x^2 - 6x + 7$ y $R(x) = 3x^2 + 7x$, calcula cuál debería ser $P(x)$ para que $P(x) + Q(x) = R(x)$.

Solución: $P(x) = x^2 + 13x - 7$

2. Realiza las siguientes operaciones:

a) $(r^3 + 7r^2 + 6r + 4) - (r^3 + 3r^2 + 2r + 1)$

Solución: $4r^2 + 4r + 3$

b) $(3x^4 + 2x^3 + x - 8) - (x^4 - 3x^3 - 9)$

Solución: $2x^4 + 5x^3 + x + 1$

c) $(12u^5 - 21u^3 + 9u - 10) - (-28u^6 + 14u^5 - 21u^3 + u^2 - 2) - 9u - 8$

Solución: $28u^6 - 2u^5 - u^2 +$

3. Calcula las siguientes restas:

a) $(3a^2 + 4a - 4) - (12a^3 - 4a + 8)$

Solución: $-12a^3 + 3a^2 + 8a - 12$

b) $(2x^4 + 2x^3 - 7x^2 + 9) - (2x^4 - 2x^3 + x - 7)$

Solución: $4x^3 - 7x^2 - x + 16$

4. Dados los siguientes polinomios: $P(x) = 16x^3 - 23x^2 + x - 19$, $Q(x) = 23x^4 + 7x^2 - x + 6$, $R(x) = -6x^4 + 3x^3 + x - 8$. Calcula:

a) $R(x) - (Q(x) + P(x))$

Solución: $-29x^4 - 13x^3 + 16x^2 + x + 5$

b) $(R(x) - Q(x)) + P(x)$

Solución: $-29x^4 + 19x^3 - 30x^2 + 3x -$

33

5. Halla un polinomio que, restado del polinomio $4x^3 - 2x^2 + x - 1$, dé el polinomio $3x^3 - x^2 + x - 3$.

Solución: $x^3 - x^2 + 2$

6. Calcula:

a) $(x + 3)^3$

Solución: $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$

b) $(x - 1)^3$

Solución: $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

c) $\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{3}\right)^3$

Solución: $\frac{x^3}{27} - \frac{2x^2}{9} + \frac{4x}{9} + \frac{8}{27}$

7. Factoriza:

a) $x^2 - 6x + 9$

Solución: $(x - 3)^2$

b) $x^2 - 9$

Solución: $(x - 3)(x + 3)$

c) $x^2 - 64$

Solución: $(x - 8)(x + 8)$

d) $2x^2 - 2x$

Solución: $2x(x - 1)$

e) $x^2 - 4x + 4$

Solución: $(x - 2)^2$

8. Efectúa las siguientes divisiones:

a) $(x^6 - 3x^5 + 5x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 4x + 2) : (x^3 - 2x + 3)$
 $7x - 3, \quad R = 25x^2 - 31x + 11$

Solución: $C(x) = x^3 - 3x^2 +$

b) $(6x^6 - x^5 - 12x^4 + 8x^3 - x^2) : (x^4 - 2x^2 + x)$
 0

Solución: $C(x) = 6x^2 - x, R =$

9. Calcula por la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

a) $(x^6 - 3x^5 + 9x^3 - x^2 + 1) : (x - 1)$
 $6, R = 7$

Solución: $C(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 6x +$

b) $(2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 1) : (x - 3)$
 67

Solución: $C(x) = 2x^3 + 3x^2 + 10x + 22, R =$

c) $(2x^4 - 3x^3 + 6x + 2) : (x + 3)$

Solución: $C(x) = 2x^3 - 9x^2 + 27x - 75, R = 227$

10. Calcula el valor numérico de los siguientes polinomios para $x = 2$:

a) $P(x) = 3x^4 - 2x^3 + 9$

Solución: $P(2) = 41$

b) $Q(x) = 9x^3 - 5$

Solución: $Q(2) = 67$

11. Dado $P(x) = x^3 - 4x^2 + 7$, halla $P(-2)$.

Solución: $P(-2) = -17$

12. Calcula el resto, sin hacer ningún tipo de división, de las siguientes divisiones:

a) $(x^{150} - x + 7) : (x - 1)$

Solución: 7

b) $(x^{17} - x - 3) : (x + 1)$

Solución: -3

13. Calcula m, de manera que el resto de dividir el polinomio $x^3 - x^2 + mx - 4$ por $x - 3$ sea -1 .

Solución: $m = -5$.

14. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^3 - 7x^2 + 12x$

Solución: $x(x - 3)(x - 4)$

b) $x^2 + 2x + 1$

Solución: $(x + 1)^2$

c) $x^2 + 1$

Solución: No se puede factorizar

d) $x^2 - 16$

Solución: $(x - 4)(x + 4)$

e) $x^3 - 8x^2$

Solución: $x^2(x - 8)$

f) $x^2 - 4x - 12$

Solución: $(x + 2)(x - 6)$

g) $2x^3 + 2x^2 - 24x$

Solución: $2x(x + 4)(x - 3)$

h) $x^4 + 9x^3 - 10x^2$

Solución: $x^2(x + 5)(x - 2)$

i) $3x^3 - 9x^2 - 30x$

Solución: $3x(x - 5)(x + 2)$

15. Factoriza: (Imprescindible dominarlo para resolver inecuaciones de grados 2 ó más, cálculo de dominios, de límites...)

a) $5x^2 - 7x - 6$

Solución: $5(x - 2)(x + 3/5)$

b) $3x^3 - 5x^2 + 2x$

Solución: $3x(x - 1)(x - 2/3)$

c) $2x^3 + x^2 - 8x - 4$
 $+1/2)$

Solución: $2(x - 2)(x + 2)(x$

d) $2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$

Solución: $2(x - 1)(x + 2)(x - 3)$

e) $x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6$

Solución: $(x^2 + 1)(x + 2)(x - 3)$

f) $2x^6 - 8x^5 + 20x^4 - 24x^3 + 10x^2$

Solución: $2x^2(x^2 - 2x + 5)(x - 1)^2$

g) $x^4 + 3x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

Solución: $(x^2 + 4)(x + 2)(x + 1)$

16. Realiza la siguiente operación: $\frac{3x}{x + 2} - \frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{7x + 3}{x + 3}$

Solución: $\frac{10x^2 + 26x + 5}{x^2 + 5x + 6}$

17. Simplifica: (Imprescindible dominarlo para el cálculo de ciertos límites)

a) $\frac{x+1}{x^2+2x+1}$

Solución: $\frac{1}{x+1}$

b) $\frac{(x-1)^2(x+1)}{x^2-1}$

Solución: $x-1$

c) $\frac{x^2-4x+4}{2x-4}$

Solución: $\frac{x-2}{2}$

d) $\frac{x^3-5x^2}{x^2-25}$

Solución: $\frac{x^2}{x+5}$

e) $\frac{x+1}{x^2+x}$

Solución: $\frac{1}{x}$

f) $\frac{2x^2-7x+3}{2x^2-5x-3}$

Solución: $\frac{2x-1}{2x+1}$

18. Efectúa: $\frac{x}{x^2-1} + \frac{2x-1}{x+1} - \frac{3}{x-1}$

Solución: $\frac{2x^2-5x-2}{x^2-1}$

19. Enuncia y demuestra el teorema del resto. Aplícalo para decidir si la división siguiente es exacta o no: $(7x^{1064} - 2x^{301} + 6x^3 - 2x^2 - 3):(x+1)$

20. Desarrolla y simplifica la siguiente expresión polinómica:

$$(5x-3)^2 - (5x^2+3x-1)(5x-2) - (25x^2-1)x - (4x^3)^2$$

21. Realiza la siguiente división entera de polinomios: $(20x^6 - 7x^4 - 10x^2 - 6x + 10):(4x^2 - 3)$

Cociente:..... Resto:

22. Escribe, si es posible, como un producto notable. En caso contrario, indica el porqué.

a) $x^2 + 3x + 9 =$	b) $100 - 9x^6 =$
c) $14x^4 + x^8 + 49 =$	d) $25x^2 - 10x + 1 =$

23. Factoriza los siguientes polinomios todo lo posible.

a) $28x^4 - 56x^3 - 35x^2$	b) $x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 4x - 21$
----------------------------	-----------------------------------