

Soluciones a la primera hoja de PROBLEMAS:

1. Si llamamos $x = n^\circ$ de sillas ; $y = n^\circ$ de mecedoras; $z = n^\circ$ de sofás, entonces
 - a. Sumando piezas de madera obtenemos que : $x + y + z = 400$
 - b. Sumando piezas de plástico obtenemos que : $x + y + 2z = 600$
 - c. Sumando piezas de aluminio obtenemos que : $2x + 3y + 5z = 1500$

Si resolvemos este sistema las soluciones son : $x = 100$; $y = 100$; $z = 200$

2. En este ejercicio, donde aparece la expresión "(algo)" siempre se refiere a cualquier número distinto de cero. Para empezar, intentamos resolver el sistema:

a.

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + z = 5 \\ 3x - y + mz = 2 \\ x + 7y - 6z = n \end{array} \right. \xrightarrow{\frac{3F_1 - 2F_2}{F_1 - 2F_3}} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + z = 5 \\ 11y + (3 - 2m)z = 11 \\ -11y + 13z = (5 - 2n) \end{array} \right. \xrightarrow{F_2 + F_3} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + z = 5 \\ 11y + (3 - 2m)z = 11 \\ (16 - 2m)z = (16 - 2n) \end{array} \right.$$

- i. Caso 1: Que No exista solución: Entonces en la tercera debería quedar $0=(\text{algo})$, es decir, $16 - 2m = 0 \rightarrow m = 8$ y además $16 - 2n \neq 0$, es decir $n \neq 8$. Resumiendo: Si $m = 8$ y $n \neq 8$ el sistema es INCOMPATIBLE
- ii. Caso 2: Que existan infinitas soluciones. Entonces en la tercera debería quedar $0=0$, es decir, $16 - 2m = 0 \rightarrow m = 8$ y también $16 - 2n = 0$, es decir $n = 8$. Resumiendo: Si $m = 8$ y $n = 8$ el sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO.
- iii. Caso 3: Que exista una única solución. en la tercera debería quedar $(\text{Algo}) \cdot z = (\text{lo que sea})$, es decir, $16 - 2m \neq 0 \rightarrow m \neq 8$ n puede valer cualquier cosa. Resumiendo: Si $m \neq 8$ el sistema es COMPATIBLE DETERMINADO.

b.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y - 4z = 0 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 4x + 7y - mz = n \end{array} \right. \xrightarrow{\frac{-2F_1 + F_2}{-4F_1 + F_3}} \left\{ \begin{array}{l} x + y - 4z = 0 \\ y + 9z = 1 \\ 3y + (16 - m)z = n \end{array} \right. \xrightarrow{-3F_2 + F_3} \left\{ \begin{array}{l} x + y - 4z = 0 \\ y + 9z = 1 \\ (-11 - m)z = -3 + n \end{array} \right.$$

- i. Caso 1: Que No exista solución: Entonces en la tercera debería quedar $0=(\text{algo})$, es decir, $-11 - m = 0 \rightarrow m = -11$ y además $-3 + n \neq 0$, es decir $n \neq 3$. Resumiendo: Si $m = -11$ y $n \neq 3$ el sistema es INCOMPATIBLE
 - ii. Caso 2: Que existan infinitas soluciones. Entonces en la tercera debería quedar $0=0$, es decir, $-11 - m = 0 \rightarrow m = -11$ y también $-3 + n = 0$, es decir $n = 3$. Resumiendo: Si $m = -11$ y $n = 3$ el sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO.
 - iii. Caso 3: Que exista una única solución. en la tercera debería quedar $(\text{Algo}) \cdot z = (\text{lo que sea})$, es decir, $-11 - m \neq 0 \rightarrow m \neq -11$ n puede valer cualquier cosa. Resumiendo: Si $m \neq -11$ el sistema es COMPATIBLE
- Para rematar la faena, podríamos dar en este último caso todas las soluciones en función de m y n , que en el apartado a) son:

$$2x + 3y + z = 5$$

$$3x - y + mz = 2, \text{ Solution is : } \left\{ y = \frac{1}{11} \frac{-64 - 3n - 5m + 2mn}{-8 + m}, x = -\frac{1}{11} \frac{80 + n - 35m + 3mn}{-8 + m}, z = \frac{-8 + n}{-8 + m} \right\}$$

$$x + 7y - 6z = n$$

peronoosasusteisqueconloanteriorvalejejeje

3. En este ejercicio hay que tener presente que si un kilo cuesta 40 euros, 500gr

costarán 20 y 250gr costarán 10.

Llamemos $x = n^\circ$ de cajas pequeñas; $y = n^\circ$ de cajas medianas; $z = n^\circ$ de cajas grandes.

- Del total de caja (60) obtenemos que : $x + y + z = 60$
- De la relación entre cajas pequeñas y medianas, obtenemos que : $x = y + 5$
- Sumando los importes totales tenemos: $10x + 20y + 40z = 1500$

$$x + y + z = 60$$

$$x - y = 5$$

$$10x + 20y + 40z = 1500$$

medianas y 25 grandes.

, Solution is : $\{y = 15, z = 25, x = 20\}$ 20 pequeñas, 15

$$x + y + z = 50$$

4. De este sólo coloco sistema y solución: $2(y + z) = 3x$, Solution is :

$$y - z = 30x/100$$

$\{x = 20, z = 12, y = 18\}$ Los empleados A, B y C tienen una antigüedad de 20, 18 y 12 años resp.

5. Sean x, y, z las cantidades de vino de 3, 4 y 5 euros resp.

- Para hacer un litro $x + y + z = 1$
- El coste será $3x + 4y + 7z = 5$ (ya que es un solo litro)
- doble de 4 euros que del de 3 euros : $y = 2x$

$$x + y + z = 1$$

$3x + 4y + 7z = 5$, Solution is : $\{x = \frac{1}{5}, z = \frac{2}{5}, y = \frac{2}{5}\}$ 0,2 litros de 3 euros y

$$2x - y = 0$$

0,4 de los otros dos

6. Kilos de patatas, manzanas y naranjas serán x, y, z resp.

$$x + 1.2y + 1.5z = 11.60$$

$x + y + z = 9$, Solution is : $\{z = 4, x = 2, y = 3\}$

$$z = y + 1$$

2 de patatas, 3 de manzanas y 4 de naranjas.

7. En este problema, los viajeros usuales (x , en total) pagan 75 cts, los del bono (y en total) pagan 60 cts y los estudiantes (z en total) 45 cts.

- 80 viajeros: $x + y + z = 80$

$$x + y + z = 80$$

- Recaudación: $75x + 60y + 45z = 3975$

$$75x + 60y + 45z = 3975$$

$$-3x - 3y + z = 0$$

Solution is : $\{y = 15, x = 5, z = 60\}$

- Condición extra: $z = 3(x + y)$ 5 usuales, 15 con bono y 60 estudiantes

8. Planteamiento inicial: x patio; y de AI ; z de All

$$9x + 6y + 9z = 480$$

- $4y + 6z = 140$ Para obtener las de Patio, debemos eliminar "y" y "z" Por

$$3x + 2y + 3z = 160$$

ejemplo multiplicando por 2 la primera y por -3 la segunda y sumando ambas,

$$9x + 6y + 9z = 480$$

pero entonces ¡Oh Maravilla! desaparecen ambas. $18x = 540$ de

$$3x + 2y + 3z = 160$$

donde $x = 30$.

$$6y + 9z = 210$$

b. Si sustituimos, obtenemos: $x = 30$ Pero si intentamos resolver el

$$2y + 3z = 70$$

sistema que forman la primera y la tercera, vemos que se trata de ecuaciones

$$6y + 9z = 210$$

equivalentes $x = 30$ luego la respuesta a b) es que NO, porque hay

$$0 = 0$$

infinitas posibilidades.

c. Si añadimos la tercera condición, y quitamos la redundante

$$6y + 9z = 210$$

tenemos $x = 30$, cuya solución es $x = 30$; $y = 20$; $z = 10$

$$y = 2z$$

9. En este caso, hay que recordar que un número que nosotros escribiríamos con tres cifras como "xyz" sería algebraicamente:

$100 \cdot x + 10 \cdot y + z$ (ya que x son las centenas, "y" las decenas y "z" las unidades). Si cambiamos las cifras 1^a y 3^a , el número quedaría así: $100z + 10y + x$. Atendiendo a

$$x + y + z = 24$$

esto, las ecuaciones serían: $x - y = 1$

La solución es el

$$100z + 10y + x = 100x + 10y + z - 198$$

número 987

10. Aquí la "curiosa" es la tercera condición, ya que se refiere a una "proporción" A, B, C ponen resp. x, y, z liras

a. Del precio total: $x + y + z = 86$

b. A paga el triple de... $x = 3 \cdot (y + z)$

c. POr cada 2 que paga B, 3 pagará C (casi como una regla de 3) $\frac{2}{3} = \frac{B}{C}$ es decir $2z = 3y$

$$x + y + z = 86$$

$$x - 3y - 3z = 0 \text{ , A paga 60,45 liras; B paga 8,6 liras; C paga 12,9}$$

$$3y - 2z = 0$$