

Nombre		Grupo	
--------	--	-------	--

1.-) Resuelve los siguientes sistemas por el método de Gauss y clasificalos según sean COMPATIBLES DETERMINADOS (1 única solución); COMPATIBLES INDETERMINADOS (∞ soluciones) o INCOMPATIBLES (Sin solución)

$$a) \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+2z=5 \\ x-2y-3z=-12 \end{cases} \xrightarrow{\substack{F_1-F_2 \\ F_1-F_3}} \begin{cases} x+y+z=6 \\ 2y-z=1 \\ 3y+4z=18 \end{cases} \xrightarrow{3F_2-2F_3} \begin{cases} x+y+z=6 \\ 2y-z=1 \\ -11z=-33 \end{cases} \rightarrow z=3 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x=1$$

$$b) \begin{cases} x+y+z=12 \\ 2x-y+z=7 \\ x+2y-z=6 \end{cases} \xrightarrow{\substack{-2F_1+F_2 \\ F_1-F_3}} \begin{cases} x+y+z=12 \\ -3y-z=-17 \\ -y+2z=6 \end{cases} \xrightarrow{F_2-3F_3} \begin{cases} x+y+z=12 \\ 2y-z=1 \\ -7z=-35 \end{cases} \rightarrow z=5 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=4$$

$$c) \begin{cases} 2x+y-3z=-1 \\ x-3y-2z=-12 \\ 3x-2y-z=-5 \end{cases} \text{ reordenado } \begin{cases} x-3y-2z=-12 \\ 2x+y-3z=-1 \\ 3x-2y-z=-5 \end{cases} \xrightarrow{\substack{-2F_1+F_2 \\ -3F_1+F_3}} \begin{cases} x-3y-2z=-12 \\ 7y+z=23 \\ 7y+5z=31 \end{cases} \xrightarrow{-F_2+F_3} \begin{cases} x-3y-2z=-12 \\ 7y+z=23 \\ 4z=8 \end{cases} \rightarrow z=2 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=1$$

$$d) \begin{cases} -x-2y+3z=0 \\ x+2y-3z=0 \\ 2x+3y+2z=4 \end{cases} \xrightarrow{\substack{F_1+F_2 \\ 2F_1+F_3}} \begin{cases} -x-2y+3z=0 \\ 0=0 \\ -y+8z=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x-2y+3z=0 \\ 8z-4=y \end{cases} \rightarrow -x-2(8z-4)+3z=0 \rightarrow x=13z-8$$

La segunda ecuación no aporta ninguna información (de hecho, se ve desde el principio que las dos primeras ecuaciones son esencialmente las mismas). Si en la tercera despejamos "y" en función de z y sustituimos en la primera, también podemos despejar x en función de z. Hay, por tanto, infinitas soluciones que podemos expresar así:

$\boxed{x=13t-8; y=8t-4; z=t}$ (Es decir, "z" puede tomar cualquier valor que llamo "t" y dependiendo de ese valor obtenemos el de x y el de y)

$$e) \begin{cases} -5x-y+z=2 \\ 15x+3y-3z=-6 \\ -10x-2y+2z=4 \end{cases} \xrightarrow{\substack{3F_1+F_2 \\ -2F_1+F_3}} \begin{cases} -5x-y+z=2 \\ 0=0 \\ 0=0 \end{cases} \quad \text{!!! Las tres ecuaciones son en realidad ecuaciones del mismo plano!!}$$

Lo más que podemos hacer es expresar las infinitas ecuaciones dejando una incógnita en función de las otras dos: $z=2+5x+y$ (x e y toman valores libremente)

f) $(x = -2; y = 3; z = -4)$

g) $(x = 3; y = -2; z = 5)$

h) $(x = 5; y = -3; z = -2)$

$$i) \quad i) \quad \begin{cases} -x - 2y + 3z = 1 \\ x + 2y - 3z = 4 \\ 3x + 2y + 5z = 1 \end{cases} \xrightarrow{\frac{F_1+F_2}{3F_1+F_3}} \begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 0 = 5 \\ -4y + 14z = 4 \end{cases} \quad \text{La segunda "ecuación" es ABSURDA, luego NO HAY}$$

SOLUCIÓN (Los planos primero y segundo son paralelos, no se cortan)

j) j) $(x = 5 ; y = -4 ; z = -3)$

k) k) $x = 1/2 ; y = 1/4 ; z = 1/3)$

l) $(x = 5 ; y = -6 ; z = -8)$

m) $\begin{cases} x - y + 2z = -2 \\ 3x - 3y + 6z = 1 \\ -4x + 4y - 8z = 0 \end{cases}$ (investiga, no vaguees)

2.-) Resuelve clasifica e interpreta geoméricamente los siguientes sistemas

a) $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + 2y = 8 \\ 6x - y = 9 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + 2y = 4 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 3x + y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$
d) $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x - 3y + z = 5 \end{cases}$	e) $\begin{cases} x + y + z = 6 \\ -x - y - z = -8 \end{cases}$	f) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 6 \\ 4x - 2y + 6z = 12 \end{cases}$

a) Si resolvemos el sistema formado por las dos primeras ecuaciones, vemos que tiene por solución única $x = 2 ; y = 3$; Si sustituimos en la tercera, $6 \cdot 2 - 3 = 9$, vemos que también se verifica, por tanto, esta es la solución del sistema. (Son tres rectas que se cortan en un punto) ¿Cómo sabemos que dos de las rectas no están una sobre otra?

b) Si resolvemos el sistema formado por las dos primeras ecuaciones, $\begin{cases} x - y = -1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ vemos que tiene por solución única $x = 2/3 ; y = 5/3$; Si sustituimos en la tercera, $2 \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = 3$, vemos que también se verifica, por tanto, esta es la solución del sistema. (Son tres rectas que se cortan en un punto) ¿Cómo sabemos que dos de las rectas no están una sobre otra?

c) Si resolvemos el sistema formado por las dos primeras ecuaciones, $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$ vemos que tiene por solución única $x = 1 ; y = 1$; Si sustituimos en la tercera, $2 \cdot 1 - 1 \neq 3$ vemos que NO se verifica, por tanto, el sistema NO TIENE SOLUCIÓN

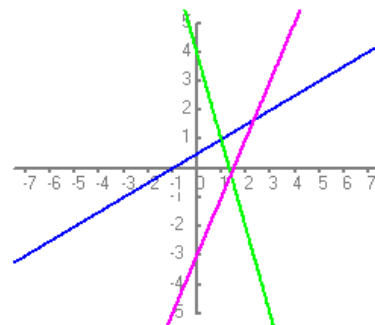
(1) ¿Cómo sabemos la posición que tienen las rectas? Como vemos, las dos últimas se cortan en (1,1); Si resolvemos el sistema formado por las dos últimas ecuaciones,

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \text{ vemos}$$

que tiene por solución única $x = 7/5$; $y = -1/5$ luego se cortan en este punto. Para terminar, si

$$\text{resolvemos el que forman la primera y la tercera, } \begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \text{ obtenemos } x=7/3;$$

$y = 5/3$. Son, por tanto, tres rectas que encierran el triángulo cuyos vértices vienen dados por las soluciones calculadas



En los tres casos siguientes, como hay más incógnitas que ecuaciones, o van a tener ∞ o no van a tener ninguna. (Incompatibles o bien Compatibles Indeterminados)

d)
$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x - 3y + z = 5 \end{cases} \xrightarrow{-2F_1 + F_2} \begin{cases} x + y - z = 4 \\ -5y + 3z = -3 \end{cases} \text{ Hay infinitas soluciones. Son dos planos que se cortan a lo largo de toda una recta.}$$

Si nos pudiesen dejar las incógnita en función de otra podríamos hacer esto:

- i) Despejo z en la segunda ecuación: $z = \frac{5y-3}{3}$ (queda en función de "y")
- ii) Sustituyo en la primera y despejo "x" también en función de "y" (por ejemplo):

$$x + y - \frac{5y-3}{3} = 4 \rightarrow x = 4 - y + \frac{5y-3}{3} \rightarrow x = \frac{15-8y}{3}$$
- iii) Las soluciones quedarían : $x = \frac{15-8y}{3}$; $y = y$ (lo que sea); $z = \frac{5y-3}{3}$ Para cada valor que demos a "y" obtendremos una solución con sus tres coordenadas.

e)
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ -x - y - z = -8 \end{cases} \xrightarrow{F_1 + F_2} \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 0 = -2 \end{cases} \text{ NO HAY SOLUCIÓN: SIST. INCOMPATIBLE. (Son dos planos paralelos. Suelo y techo)}$$

f)
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 6 \\ 4x - 2y + 6z = 12 \end{cases} \xrightarrow{-2F_1 + F_2} \begin{cases} 2x - y + 3z = 6 \\ 0 = 0 \end{cases} \text{ Lo que parecían dos planos, es en realidad uno solo. El sistema tiene infinitas soluciones (tantas como puntos del plano), es decir, es COMPATIBLE INDETERMINADO.}$$