

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Se tiene una región factible determinada por el polígono de vértices:

$$A(1, 2), B(4, 0), C(7, 5) D(4, 4) \text{ y } E(3, 4)$$

- a) Representa gráficamente dicha región, así como las rectas de nivel asociadas a la función objetivo $f(x, y) = y - x$.
- b) ¿En qué vértices se alcanza el máximo y el mínimo de la función $f(x, y)$?
2. Se considera la región factible dada por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 5 \\ x + 3y \geq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Representa la región factible que determina el sistema de inecuaciones y halla la solución mínima y máxima para cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = 2x + 3y$

b) $f(x, y) = y - x$

3. (Selectividad. Madrid, 1995). Dibuja la región definida por las siguientes desigualdades y determina en ella el punto en el que la función $f(x, y) = 6x + y$ toma el valor máximo:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + y \leq 47 \\ 9y - 2x \geq 0 \\ x + 2y \leq 22 \\ x \geq 0 \end{array} \right\}$$

4. (Selectividad. Andalucía, 1996). Se considera la región del primer cuadrante determinada por las inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 8 \\ x + y \geq 4 \\ x + 2y \geq 6 \end{array} \right\}$$

- a) Dibuja la región y determina sus vértices.
- b) Dada la función objetivo $f(x, y) = 3x + 2y$, halla dónde alcanza dicha función su valor mínimo y calcúlalo.
5. (Selectividad. Extremadura, 1996). Una fábrica textil elabora prendas de punto de calidades A y B . Las de calidad A se fabrican con 1 unidad de lana y 2 unidades de fibra sintética y las de calidad B con 2 unidades de lana y 1 de fibra sintética. Los beneficios obtenidos en la venta de las prendas son de 1.500 ptas. para las de calidad A y 1.000 ptas. para las de calidad B . Sabiendo que sólo se dispone de 180 unidades de lana y 240 de fibra sintética, se pide:

a) Determina cuántas prendas de cada tipo deben elaborarse para obtener un beneficio máximo si la producción no puede ser superior a 1.000 prendas.

b) ¿A cuánto ascenderá dicho beneficio? Justifica las respuestas.

6. (Selectividad. Castilla y León, 1997). Un pastelero tiene 150 kg de harina, 22 kg de azúcar y 27,5 kg de mantequilla para hacer dos tipos de pasteles P y P' . Para hacer una docena de pasteles de tipo P necesita 3 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 de mantequilla y para hacer una docena de tipo P' necesita 6 kg de harina, 0,5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla.

El beneficio que obtiene por una docena de tipo P es 20 y por una docena de tipo P' es 30. Halla, utilizando las técnicas de Programación Lineal, el número de docenas que tiene que hacer de cada clase para que el beneficio sea máximo.

7. (Selectividad. Extremadura, 1997). Una granja de aves cría pollos y patos con un coste por cada pollo de 100 pesetas y de 200 pesetas por cada pato, y los vende a 180 pesetas cada pollo y a 230 pesetas cada pato. Sabiendo que la capacidad máxima de la granja es de 2.000 animales y que sólo se dispone de 300.000 pesetas para invertir en pollos y patos, se pide:

a) Determina el número de pollos y patos que se pueden criar para obtener un beneficio máximo.

b) ¿Cuál será dicho beneficio máximo? Justifica las respuestas.

8. (Selectividad. Burgos, 1995). Se necesita una dieta que proporcione a un animal 3.000 calorías y 80 unidades de proteínas por día. En el mercado hay dos alimentos básicos que pueden usarse para preparar la dieta. El alimento I cuesta 20 ptas./kg, contiene 600 calorías y 2 unidades de proteínas. El alimento II cuesta 10 ptas./kg, contiene 50 calorías y 8 unidades de proteínas. Determina la combinación de alimentos más barata que satisfaga las necesidades de la dieta.

9. (Selectividad. Valencia, 1998). Me ofrecen la posibilidad de vender hasta un máximo de 24 toneladas de dos productos A y B , y me dan una comisión de 15.000 ptas. por tonelada vendida de A y 10.000 ptas. por tonelada vendida de B . Averigua razonadamente cuántas toneladas debo vender de A y cuántas de B para maximizar la ganancia.

- 10. (Selectividad. La Laguna, 1997).** Los alumnos y alumnas de primero de bachillerato, con el objetivo de recaudar fondos para el viaje de fin de curso, deciden vender paquetes de dulces navideños. Disponen de 10 kg, de polvorones y 8 de mantecados. Acuerdan hacer dos tipos de paquetes; unos a un precio de 300 ptas. formado por 100 g de polvorones y 150 g de mantecados, y los otros, a un precio de 400 ptas., con 200 g de polvorones y 100 g de mantecados. ¿Cuántos paquetes de cada tipo les interesa vender?
- 11. (Selectividad. Castilla-La Mancha, 1999).** Una fábrica de adornos produce broches sencillos y broches de fiesta. Se obtiene un beneficio de 450 ptas. por cada broche sencillo y de 600 ptas. por cada broche de fiesta. En un día no se pueden fabricar más de 400 broches sencillos ni más de 300 de fiesta y tampoco pueden producirse más de 500 broches en total. Suponiendo que se logra vender toda la producción de un día, ¿cuál es el número de broches de cada clase que conviene fabricar para obtener el máximo beneficio? Calcula la producción para obtener el máximo beneficio si se obtienen 600 ptas. por cada broche sencillo y 450 ptas. por cada broche de fiesta.
- 12. (Selectividad. Madrid, 1999).** Los alumnos de un instituto pretenden vender dos tipos de lotes, A y B , para sufragarse los gastos del viaje de estudios. Cada lote de tipo A consta de una caja de mantecados y cinco participaciones de lotería; cada lote de tipo B consta de dos cajas de mantecados y dos participaciones de lotería. Por cada lote de tipo A vendido, los alumnos obtienen un beneficio de 1.125 pesetas y por cada lote de tipo B , de 1.250 pesetas. Los alumnos disponen a lo sumo de 400 cajas de mantecados; sólo cuentan con 1.200 participaciones de lotería y desean maximizar sus beneficios.
- Determina la función objetivo y expresa con inecuaciones las restricciones del problema.
 - ¿Cuántas unidades de cada tipo de lote deben vender los alumnos para que el beneficio obtenido sea máximo? Calcula dicho beneficio.
- 13. (Selectividad. Valencia, 1998).** Doscientas personas quieren organizar una excursión con cierta empresa que dispone:
- De cuatro autobuses de 40 plazas cada uno y cinco autobuses de 50 plazas cada uno. El alquiler de un autobús grande es de 18.000 ptas, y el alquiler de uno pequeño es de 12.000 ptas ¿Qué combinación de autobuses minimiza el costo de la excursión si la empresa dispone de cinco conductores?
- 14. (Selectividad. La Rioja, 1998).** Una empresa constructora dispone de 93.000 m² de terreno urbanizable. decide construir dos tipos de viviendas unifamiliares: unas en parcelas de 400 m², que albergarán a familias de una media de cinco miembros, y cuyo precio de venta será de 40 millones de pesetas; otras, en parcelas de 300 m², en donde vivirán familias de una media de 4 miembros, y costarán 32 millones. Las autoridades del municipio le imponen dos condiciones: (1) el número de casas no puede superar las 275; (2) el número de habitantes esperado no puede ser superior a 1.200 personas. ¿Cuántas viviendas de cada tipo deben construirse para maximizar los ingresos por ventas?
- 15. (Selectividad. Murcia, 1998).** Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos; por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 20 electricistas y 30 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es 25.000 ptas. por electricista y 20.000 por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio?
- 16.** Dos fábricas de motocicletas F_1 y F_2 producen, respectivamente, 5.000 y 8.000 motocicletas, que deben distribuirse a tres centros de ventas C_1 , C_2 y C_3 , en cantidades de 4.500, 3.000 y 5.500, respectivamente. El coste del transporte, en pesetas, a los puntos de venta viene dado en la tabla:
- | | C_1 | C_2 | C_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| F_1 | 300 | 250 | 400 |
| F_2 | 350 | 300 | 350 |
- Calcula las motocicletas que habrá que transportar desde cada fábrica a cada centro para que el transporte resulte lo más económico posible.
- 17.** Una empresa fabrica 3.000 y 2.000 unidades de un determinado producto en cada una de sus dos fábricas: F_1 y F_2 , respectivamente. Dicho producto se reparte a tres almacenes A_1 , A_2 y A_3 , cuyas necesidades respectivas son 1.200, 2.000 y 1.800 unidades. Si los costes del transporte por unidades de las fábricas a los almacenes son, en pesetas, los que se indican en la siguiente tabla:
- | | A_1 | A_2 | A_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| F_1 | 6 | 8 | 9 |
| F_2 | 8 | 6 | 10 |
- Obtén el programa de transporte de costo mínimo.