EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Resuelve, utilizando un método algebraico, el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 4 \\ x + 4y + 2z = 5 \end{array}\right\}$$

2. Resuelve, utilizando el método matricial de la matriz inversa, el sistema de ecuaciones anterior.

3. **(Selectividad. Valencia, 1995).** Resuelve el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x + y + z = 6 \\ 2x - 3y - z = -9 \\ 3x + 2y - 5z = -1 \end{array}\right\}$$

4. **(Selectividad. Sevilla, 1995).** Resuelve, por el método de Gauss, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y + 4z = 8 \\ x + y + 2z = 1 \\ 7x - 8y + 8z = 22 \end{array}\right\}$$

5. En una granja se venden pollos, pavos y perdices a razón de 200, 150 y 400 ptas./kg, respectivamente. En cierta semana, los ingresos totales de la granja ascendieron a 570.000 ptas. Se sabe que la cantidad de pollo vendida superó en 100 kg a la de pavo, y que se vendió de perdiz la mitad que de pavo.

a) Plantea un sistema de ecuaciones para averiguar la cantidad vendida de cada tipo de carne.

b) Expresa matricialmente el problema.

c) ¿Cuántos kilogramos se vendieron de cada tipo?

6. **(Selectividad. Madrid, 1999).** Dado el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x - y + z = 6 \\ -x - y + (a-4)z = 7 \\ x + y + 2z = 11 \end{array}\right\}$$

a) Discútelo según los valores del parámetro real a.

b) Resuélvelo para $a = 4$.

7. **(Selectividad. Canarias, 1995).** Discute los sistemas y resuelve en los casos en los que proceda:

a) $\left.\begin{array}{r} x + y - 2z = 1 \\ 2x - y + 4z = 7 \\ 4x + y = 9 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} x + y = 6 \\ 2x + y = 5 \\ 4x + 3y = 11 \end{array}\right\}$

8. **(Selectividad. Castilla-La Mancha, 1995).** Clasifica y resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} x - 2y - 2z + t = 4 \\ x + y + z - t = 5 \\ x - y - z + t = 6 \\ 6x - 3y - 3z + 2t = 32 \end{array}\right\}$$

9. **(Selectividad. León, 1995).** Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y - 2z = 0 \\ y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \end{array}\right\}$$

a) Escríbelo en forma matricial.

b) Justifica, sin resolverlo, que no tiene solución única.

10. Resuelve, utilizando la regla de Cramer, el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = 1 \\ x - y - z = 0 \\ 2x + 3y = -1 \end{array}\right\}$$

11. **(Selectividad. Madrid, 1998).** Una multinacional de seguros tiene delegaciones en Madrid, Barcelona y Valencia. El número total de altos ejecutivos de las tres delegaciones asciende a 31. Para que el número de altos ejecutivos de la delegación de Barcelona fuese igual al de Madrid, tendrían que trasladarse 3 de Madrid a Barcelona. Además, el número de los de Madrid excede en uno a la suma de los destinados en las otras dos ciudades. ¿Cuántos altos ejecutivos están destinados en cada ciudad?

12. **(Selectividad. Castilla-La Mancha, 1998).** Los gastos diarios de tres estudiantes, Marta, Raúl y Pedro, suman 1.545 pesetas. Si a lo que gasta Marta se le suma el triple de la diferencia entre los gastos de Raúl y Pedro obtendremos lo que gasta Pedro. Ocho veces la diferencia entre el gasto de Raúl y el de Marta es igual al gasto de Marta. Averigua cuál es la cantidad que gasta cada uno.

13. **(Selectividad. Extremadura, 1995).** Una marca comercial utiliza tres ingredientes A, B y C en la elaboración de tres pizzas P_1, P_2 y P_3. P_1 se elabora con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C; P_2, con 2 unidades de A, 1 de B y 1 de C, y P_3, con 2 unidades de A, 1 de B y 2 de C.

El precio de venta al público es de 1.200 ptas. para P_1, 1.025 ptas. para P_2 y 1.225 ptas. para P_3.

Sabiendo que el margen comercial (beneficio) es de 400 ptas. en cada una de ellas, ¿qué le cuesta a dicha marca comercial cada unidad de A, B y C? Justifica la respuesta.

14. **(Selectividad. Galicia, 1995).** Obtén los valores x, y, z que verifican la siguiente ecuación matricial:

$$x\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

15. **(Selectividad. Galicia, 1997).** Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$x \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) Exprésalo en la forma matricial $AX = B$ y calcula la matriz inversa A^{-1}.

b) Resuélvelo.

16. **(Selectividad. Oviedo, 1996).** Dado el sistema:

$$\left.\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x - 2y + 2z &= 5 \\ 2x - y + z &= 11 \end{aligned}\right\}$$

a) Obtén su matriz de coeficientes.

b) Calcula el determinante de la matriz anterior.

c) Sin resolver el sistema, razona si tendrá una única solución.

17. **(Selectividad. Madrid, 1997).** En una acería se fabrican tres tipos de productos: acero en láminas, en rollos o aceros especiales. Estos productos requieren chatarra, carbón y aleaciones en las cantidades que se indican en la tabla siguiente, por cada unidad de producto fabricado:

	Acero en láminas	Acero en rollos	Aceros especiales
Chatarra	8	6	6
Carbón	6	6	4
Aleaciones	2	1	3

a) Si durante el próximo mes se desean fabricar 6 unidades de acero en láminas, 4 unidades de acero en rollos y 3 unidades de aceros especiales, obtén una matriz que indique las cantidades de chatarra, carbón y aleaciones que serán necesarias.

b) Si se dispone de 34 unidades de chatarra, 28 de carbón y 9 aleaciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de acero se podrán fabricar con estos materiales?

18. **(Selectividad. Cantabria, 1995).** Sea el siguiente sistema de ecuaciones, en función del parámetro m:

$$\left.\begin{aligned} 3x + (2m + 3)y &= 1 \\ -3mx + y &= 1 \end{aligned}\right\}$$

a) Exprésalo en forma matricial, siendo los elementos de una de las matrices que intervienen las variables x e y.

b) Discútelo según los valores del parámetro m.

c) Determina su solución para $m = 5$.

19. **(Selectividad. Córdoba, 1995).** Discute el sistema en función de los distintos valores de n, y resuélvelo cuando sea posible.

$$\left.\begin{aligned} x - 2y &= 1 \\ 3x + y &= 1 \\ 4x - y &= n \end{aligned}\right\}$$

20. **(Selectividad. Sevilla, 1995).** Halla el valor del parámetro k para que las tres rectas del plano, definidas por las siguientes ecuaciones, sean concurrentes en un punto.

$$\left.\begin{aligned} y &= 2x + 4 \\ 2y + 3x + k &= 0 \\ x + y &= 10 \end{aligned}\right\}$$

21. **(Selectividad. Málaga, 1995).** Discute y resuelve el siguiente sistema según los distintos valores del parámetro a:

$$\left.\begin{aligned} 2y - z &= a \\ 3x - 2z &= 11 \\ y + z &= 6 \\ 2x + y - 4z &= a \end{aligned}\right\}$$

22. **(Selectividad. Murcia, 1996).** Estudia según los valores del parámetro λ, el sistema de ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{aligned} \lambda x + y &= 1 \\ \lambda y + z &= 1 \\ \lambda x + 2y + z &= 1 \end{aligned}\right\}$$

Resuélvelo en el caso que sea compatible indeterminado.

23. **(Selectividad. Zaragoza, 1997).** Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & m \end{pmatrix}$ siendo m un parámetro real.

Se pide:

a) Calcula el rango de A según los valores del parámetro m.

b) Considera el sistema de ecuaciones lineales $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Discute si existe solución según los valores del parámetro m. En caso afirmativo, resuelve el sistema.

c) Para $m = 7$, considera el sistema de ecuaciones lineales $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$. Discute si existe solución.