

1.- Escribe las ecuaciones paramétricas de las siguientes rectas:

a) Pasa por el punto A(-3,1) y su vector de dirección es $v = (2,0)$

b) Pasa por el punto P(5,-2) y es paralela a : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \end{cases}$

c) Pasa por A(1,3) y es perpendicular a la recta $r: 2x - 3y + 6 = 0$

d) Es perpendicular al segmento PQ siendo P(0,4) y Q(-6,0) en su punto medio

a) $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 \end{cases}$

b) al ser paralela , su vector de dirección será (-1,2) la recta pedida es :

$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$$

c) el vector director de r es (3, 2), el de la perpendicular será (2, -3) su ecuación es

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$$

d) Punto medio de PQ (-3, 2) , vector director : el perpendicular a PQ = (-6, -4) ,

el perpendicular (4, -6), la ecuación pedida es: $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$

2.- Dada la recta $r: 4x + 3y - 6 = 0$, escribe la ecuación de la recta perpendicular a ella en el punto de corte con el eje de ordenadas.

- Hallamos el punto de corte de la recta con el eje de ordenadas : $x = 0$

$$\begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 2 \text{ Luego el punto de corte es } P(0,2)$$

la recta s perpendicular a r tiene por pendiente $\frac{3}{4}$ hallamos la ecuación de la

recta s de la que conocemos su pendiente y el punto P : $y - 2 = \frac{3}{4}x \Rightarrow 3x - 4y + 8 = 0$

3.- El punto P(5,-2) es el punto medio del segmento AB, siendo A(2, 3) . Halla B

$$P(5, -2) = \left(\frac{x+2}{2}, \frac{y+3}{2} \right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{2} = 5 \\ \frac{y+3}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -7 \end{cases} \text{ B}(8, -7)$$

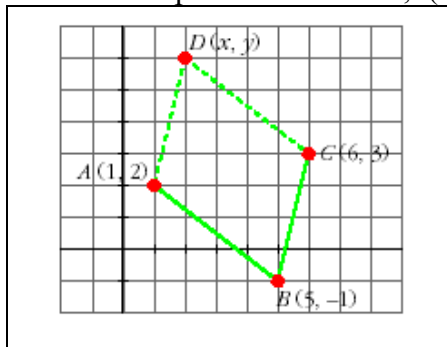
4.- Halla el punto simétrico de P(1, -2) respecto del punto H(3,0)

Si P'(x,y) es el simétrico de P (1, -2) respecto de H(3, 0) ; H es el punto medio

de PP' $\left(\frac{x+1}{2}, \frac{y-2}{2} \right) = (3,0) \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 6 \\ y-2 = 0 \end{cases} \Rightarrow P'(5,2)$

5.- Halla las coordenadas del vértice D del paralelogramo ABCD, sabiendo que A(1,2), B(5, -1) y C(6, 3).

Debe de cumplirse : $AB = DC$; $(5-1, -1-2) = (6-x, 3-y) \Rightarrow x = 2 ; y = 6$ D(2,6)



6.- Da las coordenadas del punto P que divide al segmento de extremos A(3, 4) y B(0, -2) en dos partes tales que $BP = 2PA$

$P(x,y)$ $BP = 2PA \Rightarrow (x-0, y+2) = 2(3-x, 4-y) \Rightarrow x = 2 ; y = 2 \Rightarrow P(2, 2)$

7.- Determina k para que los puntos A(-3, 5) , B(2, 1) y C(6, k) estén alineados.

Solución

Debe ocurrir que AB y BC sean proporcionales $AB = (5, -4) ; BC = (4, k-1)$

$$\frac{5}{4} = \frac{-4}{k-1} \Rightarrow k = \frac{-11}{5}$$

7.- Halla la distancia del punto P(2, -3) a las rectas:

- a) $x = 2t$ b) $y = \frac{9}{4}$ c) $2x + 5 = 0$
 a) $y = -t$

a) Hallamos la ecuación implícita de la recta . $x + 2y = 0$;

$$\text{dist}(P, r) = \frac{|1 \cdot 2 + 2(-3)|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

$$\text{b) Dist}(p, r) = \frac{\left| -3 - \frac{9}{4} \right|}{1} = \frac{21}{4}$$

$$\text{c) Dist}(P, r) = \frac{9}{2}$$

8.- Halla la longitud del segmento que determina la recta $x - 2y + 5 = 0$ al cortar los ejes coordenados.

Hallamos los puntos de corte de la recta con los ejes

$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow A(0, \frac{5}{2}) \text{ es el punto de corte con el eje OY}$$

$$\begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B(5, 0) \text{ es el punto de corte con el eje OX ;}$$

$$\text{dist}(A, B) = \sqrt{\frac{125}{4}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

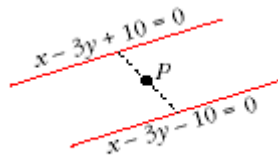
9.- Halla la distancia entre las rectas r: $x - 2y + 8 = 0$ y r': $-2x + 4y - 7 = 0$

Al ser proporcionales los coeficientes de x e y son paralelas, la distancia entre las dos rectas es la distancia de un punto cualquiera P de r a r' , si $x = 0$; $y = 4$; $P(0,4) \in r$ $\text{dist}(r, r') = \text{dist}(p, r') = \frac{|16 - 7|}{\sqrt{20}} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$

10.- Determina c para que la distancia de la recta $x - 3y + c = 0$ al punto $(6, 2)$ sea de $\sqrt{10}$

$$\text{Dist}(P,r) = \frac{|6 - 6 + c|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \quad \text{hay dos soluciones:} \quad \begin{cases} \frac{c}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow c_1 = 10 \\ \frac{c}{\sqrt{10}} = -\sqrt{10} \Rightarrow c_2 = -10 \end{cases}$$

Las dos rectas solución serán dos rectas paralelas:



11.- Halla el ángulo que forman los siguientes pares de rectas:

a) $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -3x + 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y + 7 = 0 \\ 10x + 6y - 3 = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2t \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2y + 3 = 0 \end{cases}$

a) $m_r = 2$; $m_s = -3$ $\text{tg} \alpha = \left| \frac{2 - (-3)}{1 + 2 \cdot (-3)} \right| = 1$ $\alpha = 45^\circ$

b) vector director de $r = (5,3)$, vector director de $s = (-6, 10)$

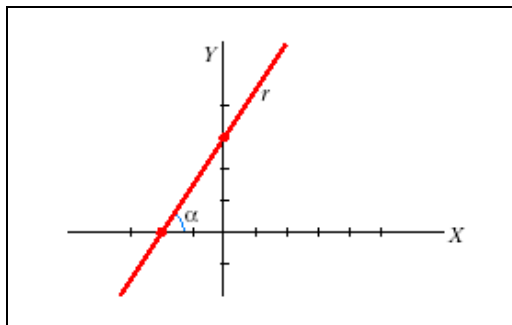
$$\cos \alpha = \frac{|30 - 30|}{|v||u|} = 0 \quad \alpha = 90^\circ$$

c) vector de r $v = (-1,2)$, vector director de s $w = (-3,1)$ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\alpha = 45^\circ$

d) $\alpha = 63^\circ 26' 5,82''$

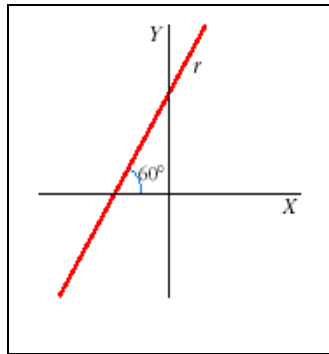
12.- ¿Qué ángulo forma la recta $r: 3x - 2y + 6 = 0$ con el eje de abscisas?

La pendiente de una recta es la tangente del ángulo que forma con el eje de abscisas, por tanto la pendiente de r es $\frac{3}{2} = \text{tg} \alpha$; $\alpha = 56^\circ 18' 35,8''$



13.- Halla n para que la recta $3x + ny - 2 = 0$ forme un ángulo de 60° con el eje OX

$$\text{tg} 60 = \sqrt{3} = -\frac{3}{n} \Rightarrow n = -\sqrt{3}$$



14.- Halla n y m para que las rectas $r: mx - 2y + 5 = 0$ $s: nx + 6y - 8 = 0$ sean perpendiculares y que la recta r pasa por el punto $P(1,4)$

$$P(1,4) \in r \Rightarrow m - 2 \cdot 4 + 5 = 0 \quad \square \quad m = 3 \quad r \perp s \quad \square \quad (m, -2) \cdot (n, 6) = 0 \quad \square \quad n = 4$$

15.- Dada la recta $r: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + kt \end{cases}$ halla k de modo que r sea paralela a la bisectriz del segundo cuadrante.

$$\text{Ecuación de la bisectriz del 2º cuadrante: } y = -x \quad \square \quad \begin{cases} x = t \\ y = -t \end{cases} \text{ su vector de}$$

dirección es $v(1, -1)$ y el vector de dirección de r es $w(3, k)$ para que sean

paralelas, sus vectores de dirección han de ser proporcionales: $\frac{1}{3} = \frac{-1}{k} \quad \square \quad k = -3$

16.- En el triángulo de vértices $A(-2, 3)$, $B(5, 1)$, $C(3, -4)$ halla las ecuaciones de:

a) La altura que parte de B .

b) La mediana que parte de B

c) La mediatriz del lado CA .

a) La altura que parte de B , es una recta perpendicular al lado AC , que pasa por B , su vector de dirección: $v(7, 5)$ su ecuación en continua:

$$\frac{x - 5}{7} = \frac{y - 1}{5} \quad \square \quad 5x - 7y - 18 = 0$$

b) La mediana pasa por B y por el punto medio de AC que es $M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

$$\text{su vector de dirección es } MB = \left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2} \right) \text{ su ecuación: } \begin{cases} x = 5 + \frac{9}{2}t \\ y = 1 + \frac{3}{2}t \end{cases} \quad \square \quad 6x$$

$$- 18y - 12 = 0$$

c) La mediatriz de CA es perpendicular a CA en su punto medio M

$$\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right) \quad CA = (7, 5)$$

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} + 7t \\ y = -\frac{1}{2} + 5t \end{cases} \quad \square \quad 5x - 7y - 6 = 0$$

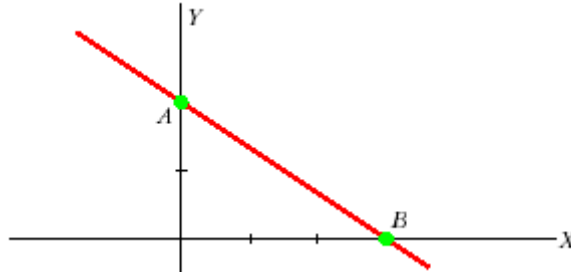
17.- La recta $r: 2x + 3y - 6 = 0$ determina al cortar a los ejes de coordenadas, un segmento AB . Halla la ecuación de la mediatriz de AB .

$$A = r \cap OY \quad \begin{cases} 2x + 3y - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \square \quad A(0, 2)$$

$$B = r \cap OX \begin{cases} 2x + 3y - 6 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow B(3,0) \Rightarrow AB = (3, -2), \text{ vector director de}$$

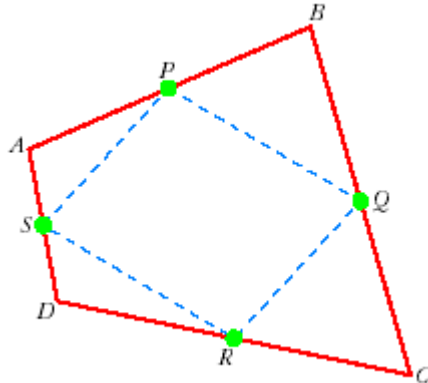
la mediatriz $v = (2,3)$, M punto medio de AB, $M(\frac{3}{2}, 1)$ pendiente de la mediatriz

$$\frac{3}{2}, \text{ la ecuación punto pendiente: } y - 1 = \frac{3}{2}(x - \frac{3}{2}) \Rightarrow 6x - 4y - 5 = 0$$



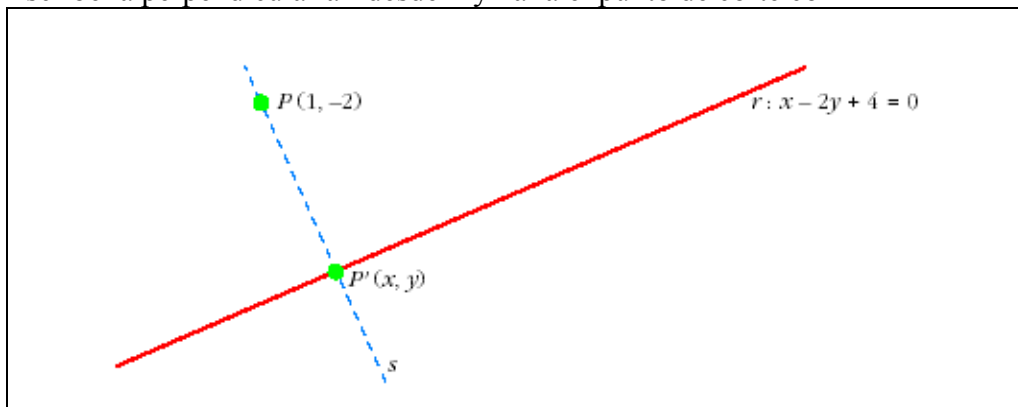
18.- Los puntos medios de los lados de cualquier cuadrilátero forman un paralelogramo. Compruébalo con el cuadrilátero de vértices A(3, 8) ; B(5, 2) ; C(1, 0) ; D(-1, 6)

Punto medio de AB: P(4,5) ; punto medio de BC: Q(3,1); punto medio de CD: R(0,3); punto medio de DA: S(1, 7)
 $PQ = (-1, -4) = SR$ y $SP = (3, -2) = RQ$



19.- Halla el pie de la perpendicular trazada desde P(1, -2) a la recta $x - 2y + 4 = 0$

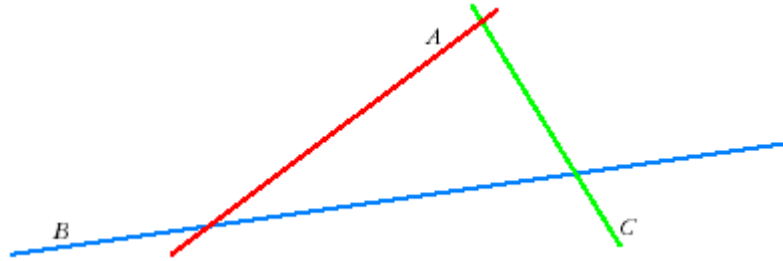
Escribe la perpendicular a r desde P y halla el punto de corte con r



$$\text{Ecuación de s perpendicular a r desde P: } 2x + y = 0 \quad P' = s \cap r \quad P' \left(-\frac{4}{5}, \frac{8}{5} \right)$$

20.- Las ecuaciones de los lados del triángulo ABC son AB: $x + 2y - 4 = 0$, AC: $x - 2y = 0$, BC: $x + y = 0$. Halla:

- Los vértices del triángulo.
- El vector que une los puntos medios de AB y AC. Comprueba que es paralelo a BC.



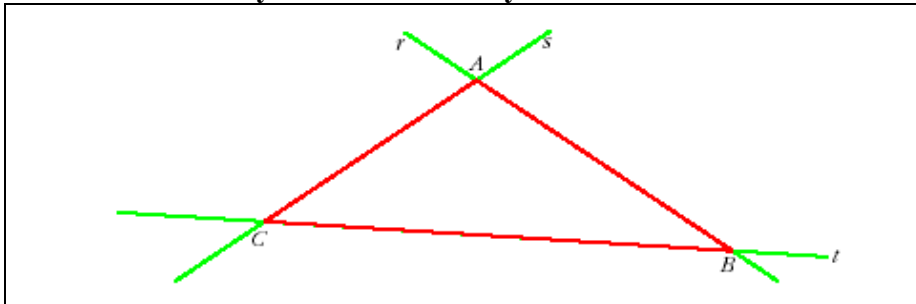
$$\text{a) A: } \begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \quad \square \quad A(2, 1) \quad \text{B: } \begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad \square \quad B(-4, 4) \quad \text{C: } \begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \quad \square \quad C(0, 0)$$

b) El punto medio de AB: $M(-1, \frac{5}{2})$, el punto medio de AC: $P(1, \frac{1}{2})$

$\overrightarrow{MP} = (2, -2)$ paralelo a $\overrightarrow{BC} = (4, -4)$

21.- Calcula el área del triángulo cuyos lados están sobre las rectas:

r: $x = 3$ s: $2x + 3y - 6 = 0$ t: $x - y - 7 = 0$



$$A = r \cap s \quad \square \quad A(3, 0) \quad B = r \cap t \quad \square \quad B(3, -4) \quad C = s \cap t \quad \square \quad C\left(\frac{27}{5}, -\frac{8}{5}\right)$$

Si consideramos como base el segmento $|AB| = 4$, la altura desde C = $\text{dist}(C, r)$
 $= \frac{23}{5}$ Área = $\frac{46}{5}$

22.- En el triángulo de vértices $A(-1, -1)$, $B(2, 4)$, $C(4, 1)$, halla las longitudes de la mediana y de la altura que parten de B

M punto medio de AC, $M(\frac{3}{2}, 0)$ vector $\overrightarrow{BM} = \left(-\frac{1}{2}, -4\right)$,

longitud mediana = $|\overrightarrow{BM}| = \frac{\sqrt{65}}{2}$

Altura es la distancia de B a la recta AC, ecuación de la recta AC; r: $2x - 5y - 3 = 0$

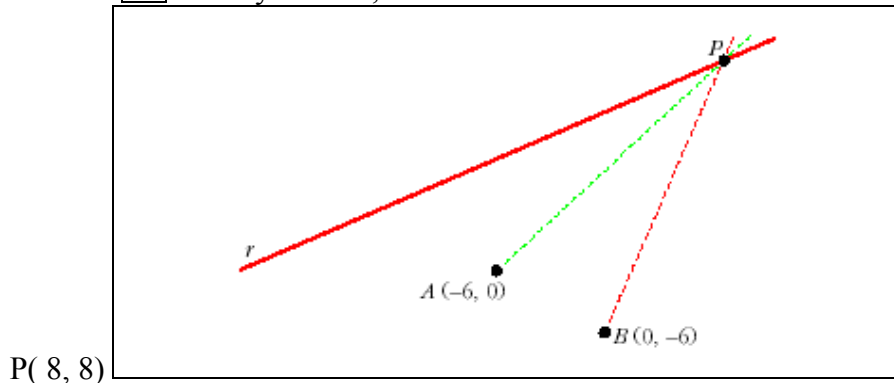
$\text{dist}(B, r) = \frac{|4 - 20 - 3|}{\sqrt{29}} = 3\sqrt{29}$

23.- Halla el punto de la recta $3x - 4y + 8 = 0$ que equidista de $A(-6, 0)$ y $B(0, -6)$

P verifica las condiciones

$$1^a \text{Dist}(P,A) = \text{dist}(P, B) \Rightarrow \sqrt{(x+6)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y+6)^2} \quad \square \quad x = y$$

$$2^a P \in r \quad \square \quad 3x - 4y + 8 = 0,$$

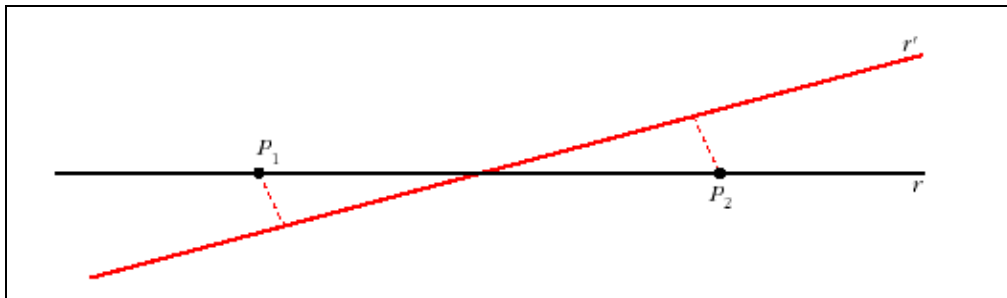


24.- Determina un punto de la recta $r: y = 2x$ que diste 3 unidades de la recta $r': 3x - y + 8 = 0$

$$P(x,y) \in r \quad \square \quad y = 2x ; P(x, 2x) ; \text{dist}(P, r') = 3 = \frac{|3x - 2x + 8|}{\sqrt{10}} \quad \square \quad \text{dos}$$

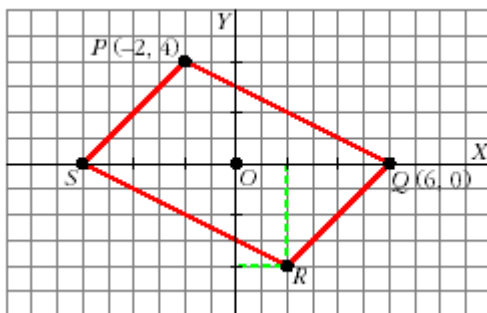
posibilidades:

$$\begin{cases} x_1 = 3\sqrt{10} - 8 \\ x_2 = -3\sqrt{10} - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 6\sqrt{10} - 16 \\ y_2 = -6\sqrt{10} - 16 \end{cases}$$



25.- Los puntos $P(-2,4)$ y $Q(6,0)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo que tiene el centro en el origen de coordenadas. Halla:

- Los otros dos vértices
- Los ángulos del paralelogramo



a) Las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio, que es el centro

$$R(2, -4) \text{ y } S(-6, 0)$$

$$b) PQ = SR = (8, -4) ; PS = QR = (-4, -4) \quad \cos P = \frac{PS \cdot PQ}{|PS| \cdot |PQ|} = -0,31623 \quad \square$$

$$P = 108^\circ 26' 5,8'' = R ; S = 71^\circ 33' 54'' = Q$$

26.- Halla un punto del eje de abscisas que equidiste de las rectas $r: 4x + 3y + 6 = 0$ y $s: 3x + 4y - 9 = 0$

$$P(x,0) \text{ debe verificar: } \text{dist}(Pr) = \text{dist}(P, s) \quad \square \quad \frac{|4x + 3 \cdot 0 + 6|}{\sqrt{25}} = \frac{|3x + 4 \cdot 0 - 9|}{\sqrt{25}}$$

$$\square P_1(-15,0); P_2\left(\frac{3}{7}, 0\right)$$

27.- Los puntos $A(1,-2)$ y $B(2,3)$ son vértices de un triángulo de área 8. El vértice C está sobre la recta $2x + y - 2 = 0$. Hállalo

Solución

$$\text{Área} = \frac{|AB| \cdot b}{2} \quad \square \quad 8 = \frac{\sqrt{26} \cdot b}{2} \quad \square \quad b = \frac{16}{\sqrt{26}} \quad b = \text{dist}(C, AB)$$

$$\text{Recta } AB: 5x - y - 7 = 0; b = \frac{\frac{16}{\sqrt{26}}}{\frac{|5x - y - 7|}{\sqrt{26}}} \quad \square \quad \begin{cases} 5x - y - 7 = 16 \\ 5x - y - 7 = -16 \end{cases} \text{ hay}$$

$$\text{dos soluciones: } C_1: \begin{cases} 5x - y - 7 = 16 \\ 2x + y - 2 = 0 \end{cases} \quad \square \quad C_1\left(\frac{25}{7}, \frac{-36}{7}\right)$$

$$C_2: \begin{cases} 5x - y - 7 = -16 \\ 2x + y - 2 = 0 \end{cases} \quad \square \quad C_2(-1, 4)$$

27.- Halla las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos que forman las rectas r y s : $r: 4x - 3y + 8 = 0$ $s: 12x + 5y - 7 = 0$

$$\text{Dist}(P, r) = \text{dist}(P, s) \quad \square \quad \frac{|4x - 3y + 8|}{\sqrt{25}} = \frac{|12x + 5y - 7|}{\sqrt{169}} \quad \square \quad \begin{cases} 8x + 64y - 139 = 0 \\ 112x - 14y + 69 = 0 \end{cases}$$

Luego hay dos soluciones, bisectrices de los ángulos cóncavo y convexo que forman las rectas r y s .

Ambas bisectrices se cortan en el punto de corte de las rectas r y s , y son perpendiculares.

