ECUACIONES RADICALES

Resuelve la siguiente ecuación con un radical:

$\sqrt{x+4} = 7$

Solución:
Ecuación:

$\sqrt{x+4} = 7$

Elevando al cuadrado:

$x+4 = 49$

Resolviendo: $x = 45$

Resuelve la siguiente ecuación con un radical:

$x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

Solución:
Ecuación:

$x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

Despejamos el radical:

$x - 1 = \sqrt{25 - x^2}$

Elevando al cuadrado:

$x^2 - 2x + 1 = 25 - x^2$

Pasando los términos al primer miembro:

$2x^2 - 2x - 24 = 0 \leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0$

Resolviendo: $x=4$, $x=-3$

La segunda no es válida, por no verificar la ecuación inicial

Solución: $x=4$

Un padre tenía 25 años cuando nació su hijo. La media geométrica de las edades de ambos en la actualidad supera en 10 al número de años del hijo. Halla sus edades.

Solución:
Si la edad actual del hijo es x años, la del padre es x+25 años.

Se puede plantear la ecuación:

$$\sqrt{x(x+25)} = x+10$$

Elevando al cuadrado:

$$x^2+25x = x^2+20x+100$$

Operando:

$$5x = 100$$

Resolviendo: x = 20 años.

Las edades del hijo y del padre son respectivamente: x = 20 años, y = 45 años

Resuelve la siguiente ecuación con dos radicales:

$$\boldsymbol{\sqrt{36+x} = 2+\sqrt{x}}$$

Solución:
Ecuación:

$$\sqrt{36+x} = 2+\sqrt{x}$$

Elevando al cuadrado:

$$36+x = 4+x+4\sqrt{x}$$

Aislando el radical:

$$32 = 4\sqrt{x}$$

Elevando al cuadrado:

$$1024 = 16x$$

Resolviendo: x=64

Halla dos números naturales, tales que la diferencia entre el doble del primero y el segundo sea la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de dichos números; y la diferencia entre el segundo y la raíz cuadrada del primero sea igual a la unidad.

Solución:
Sea x el primer número e y el segundo, del enunciado, se puede establecer el sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = \sqrt{x^2 + y^2} \\ y - \sqrt{x} = 1 \end{cases}$$

Operando se tiene:

$$\begin{cases} 4x^2 - 4xy + y^2 = x^2 + y^2 \\ y^2 - 2y + 1 = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(3x - 4y) = 0 \\ y^2 - 2y + 1 = x \end{cases}$$

De la primera ecuación se tienen dos posibilidades:

$1^{a}\ \text{solución}: x = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 0 \Rightarrow y = 1$, no válida por no verificar el sistema inicial

$$2^{a}\ \text{solución}: x = \frac{4y}{3} \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = \frac{4y}{3} \Rightarrow 3y^2 - 10y + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \Rightarrow x = 4 \\ y = \frac{1}{3} \notin N \end{cases}$$

La única solución válida es x = 4 e y = 3