EJERCICIOS SOBRE POLINOMIOS

Resuelve la ecuación $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$ y descompón en factores el polinomio $A(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

Solución:
-. Solución de la ecuación por Ruffini:
Las soluciones son 1, 2 y -2, que a su vez son raíces del
Polinomio A(x), por tanto:
$A(x) = (x-1)(x-2)(x+2)$

	1	-1	-4	4
1		1	0	-4
	1	0	-4	$\boxed{0}$
2		2	4	
	1	2	$\boxed{0}$	
-2		-2		
	1	$\boxed{0}$		

Simplifica las siguientes fracciones, factorizando previamente:

a) $\dfrac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + ab}$ b) $\dfrac{x^6 - 36}{x^6 - 12x^3 + 36}$

Solución:

a) $$\frac{a^3+b^3}{(a-b)^2+ab} = \frac{a^3+b^3}{a^2-2ab+b^2+ab} = \frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2} = \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-ab+b^2} = a+b$$

Factorización de $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$ ver Ruffini al margen

b) $$\frac{x^6-36}{x^6-12x^3+36} = \frac{(x^3-6)(x^3+6)}{(x^3-6)^2} = \frac{x^3+6}{x^3-6}$$

	1	0	0	b^3
$-b$		$-b$	b^2	$-b^3$
	1	$-b$	b^2	$\boxed{0}$

Reduce a común denominador el siguiente conjunto de fracciones:

$$\frac{x}{x^2-4}\ ;\ \frac{1}{x-2}\ \text{y}\ \frac{2}{x^2-3x+2}$$

Solución:
Común denominador:

$$\left.\begin{cases} x^2-4 = (x+2)(x-2) \\ x-2 = x-2 \\ x^2-3x+2 = (x-2)(x-1) \end{cases}\right\} \to \text{MCM} = (x-1)(x+2)(x-2)$$

$$\frac{x}{x^2-4} = \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x-2)}\ ;\ \frac{1}{x-2} = \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)(x-2)}\ ;\ \frac{2}{x^2-3x+2} = \frac{2(x+2)}{(x-1)(x+2)(x-2)}$$

Se sabe que la ecuación $3x^3 - 7x^2 - 9x - m = 0$ presenta la solución *x* = 3. Determina el valor de *m* y calcula, si las hay, el resto de las soluciones de la ecuación propuesta.

Solución:

Para que la ecuación $3x^3 - 7x^2 - 9x - m = 0$ tenga como solución a x = 3 ha de cumplirse la identidad:

$$3 \cdot 3^3 - 7 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 - m = 0 \Rightarrow 81 - 63 - 27 - m = 0 \Rightarrow m = -9$$

Para dicho valor la ecuación propuesta es $3x^3 - 7x^2 - 9x + 9 = 0$ que resolvemos aplicando Ruffini:

La única raíz entera del polinomio $3x^3 - 7x^2 - 9x + 9$ es 3, por tanto la ecuación a resolver es:

$$(x-3)(3x^2 + 2x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ 3x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

las restantes soluciones son las de la ecuación de 2º grado resultante, es decir:

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 36}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

Resuelve la ecuación:

$$\mathbf{x^4 + 12x^2 - 64 = 0}$$

Solución:

La ecuación: $x^4 + 12x^2 - 64 = 0$ es bicuadrada.

Resolvemos en x^2:

$$x^2 = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 256}}{2} \Rightarrow x^2 = 4, x^2 = -16$$

De $x^2 = 4$, se sigue $x = \pm 2$

De $x^2 = -16$, se sigue que no tiene solución real.

Las dos cifras de un número suman 11 y el producto de dicho número por el que se obtiene de invertir el orden de sus cifras es 3154. Halla dicho número.

Solución:

Sea ab el número que queremos calcular, se sabe por el valor relativo de las cifras que $ab = b + 10a$

El número ba que se obtiene al invertir el orden de las cifras es $ba = a + 10b$

Si b = x, entonces a =11-x y como sabemos que (ab)(ba)=3154, se tiene la siguiente ecuación:

$$(x+10)(11-x)(11 - x + 10x) = 3154 \leftrightarrow (110 - 9x)(11 + 9x) = 3154$$

Operando:

$$-81x^2 + 891x - 1944 = 0 \overset{\text{div. por } -81}{\longleftrightarrow} x^2 - 11x + 24 = 0$$

Que tiene como soluciones: x=3, x=8

El número puede ser el 38 o el 83