

VIII feria  
Madrid es Ciencia  
12-15 de abril de 2007

IES Barrio de Bilbao  
Juguemos a la Geometría



## La geometría en sus personajes

### EUCLIDES

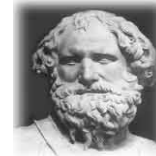
Euclides de Alejandría, nacido entorno al 325 a.C. y muerto en torno al 265 a.C., es el matemático más prominente de la Antigüedad. Es conocido por ser el autor de *"Los Elementos"*, la obra que más veces ha sido editada después de la Biblia.

Poco se conoce de la vida de Euclides, se cree que estudió en la academia de Platón, y escribió los Elementos ordenando el material que había sido previamente elaborado por dos de los discípulos de aquel, Eudoxo y Teeto. Trabajó como matemático en la Gran Biblioteca de Alejandría. Arquímedes cuenta que cuando Ptolomeo I de Egipto le preguntó a Euclides si había una forma rápida de aprender geometría, este le contestó *"... para caminar por el país hay caminos para Reyes y caminos para los demás ciudadanos, pero el camino para el conocimiento de la geometría es el mismo para todo el mundo"*. De trato agradable, intentaba no ofender nunca a nadie, y estaba siempre abierto y dispuesto a todo el que pudiera hacer avanzar el conocimiento matemático. Los Elementos han sido la obra central para la enseñanza de la matemática durante más de 2000 años. Muy probablemente el material incluido no es original de Euclides, pero si debemos a el su organización y el estilo de la exposición. La obra consta de 13 libros. Los libros primero a sexto presentan la geometría plana, incluyendo en particular este último libro la teoría de proporciones aplicada a magnitudes conmensurables e inconmensurables de Eudoxo. Los libros séptimo a noveno presentan la teoría de números, y presentan en particular el conocido algoritmo de Euclides para la obtención del máximo común divisor de dos números. El libro undécimo trata sobre los números irracionales, tal como eran vistos por Teeto; y los restantes libros hasta el décimo tercero se centran en la geometría del espacio, presentando en particular resultados sobre el área del círculo y el volumen de la esfera; el libro decimo tercero presenta las propiedades de los poliedros regulares, mostrando en particular que solo pueden existir cinco, los conocidos sólidos platónicos. Es considerado el más grande libro de texto de matemáticas de la historia, destacando por la claridad en que se establecen y demuestran las diferentes proposiciones; su nivel de rigor ha sido el objetivo de todos los matemáticos que han sucedido al autor de Alejandría.

Euclides también escribió otras obras, como *Optica*, el primer tratado griego sobre la perspectiva, *Fenómena*, una introducción a la astronomía matemática, *El libro de las Falacias*, donde se concentra en los principios sobre los que se debe construir el conocimiento, y *Elementos de Música*.

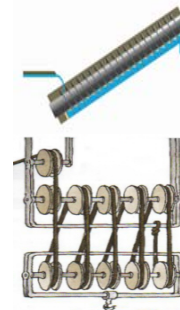
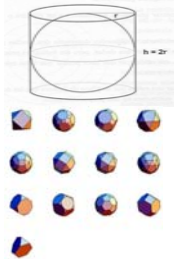


## ARQUIMEDES



Arquímedes (287 – 212 a.C.) es el mayor matemático de la antigüedad. Hijo de un astrónomo, nació en Siracusa, un asentamiento griego en la isla de Sicilia. Su juventud la pasó en Alejandría, donde recibió su educación. Aunque después volvió a Siracusa siempre permaneció en contacto con Alejandría. Fue muy conocido en el mundo griego, y admirado y respetado por todos sus contemporáneos.

Poseía un inteligencia sublime, una gran curiosidad y una gran habilidad mecánica, pero sobre todo poseía una gran capacidad de trabajo. Realizó contribuciones a la mecánica (descubrió el principio de flotación, las leyes de la palanca, y calculó el centro de gravedad de diversos cuerpos), a la óptica, y a la matemática (calculó áreas y volúmenes de diversos cuerpos por el método de aproximaciones sucesivas, calculó una muy buena aproximación del número  $\pi$  mediante una fracción, y desarrolló unos excelentes métodos geométricos). La figura más bella según él sobre la que trabajó es la de un cilindro recto que circunscribe a una esfera y tiene sus bases tangentes a esta. A partir de ella observó que el volumen de la esfera es  $2/3$  del volumen del cilindro circular recto que la circunscribe. En su época ya se conocían que solo existían cinco poliedros regulares, los sólidos platónicos, ¿sabes cuales son?, pero él consiguió sistematizar lo que hoy se conocen como poliedros semiregulares, o sólidos arquimedianos. Son poliedros cuyas caras son dos tipos de polígonos regulares.



Construyó numerosísimas máquinas que le granjearo de Arquímedes, para extraer agua de los pozos, un planetario que reproducía los movimientos del Sol, la Luna y los planetas moviendo el mecanismo con la fuerza del agua, utilizó la palanca para mover grandes pesos ("Dadme un punto de apoyo y moveré el mundo" solía decir), utilizando múltiples poleas compuestas fue capaz de botar una galera desde tierra utilizando tan solo la fuerza de un hombre, para el rey Herón de Siracusa.

Es famosa su contribución a la defensa de Siracusa cuando fue asediada por los romanos. Enclavó en los fondos marinos de la costa de Siracusa, una troncos que levantaba a voluntad desde tierra cuando se acercaban los barcos romanos con objeto de agujerearles el casco.

Por si los barcos pasaran la anterior defensa, construyó enormes grúas usando palancas y poleas múltiples con las que al acercarse los barcos a las murallas de la ciudad los enganchaba, los levantaba a una altura sobre el agua y los soltaba bruscamente y así los rompía al impactar con el agua. Al retirarse los barcos para no caer en las grúas, usando espejos cóncavos, concentraba los rayos de Sol en sus velas y las incendiaba. Al entrar los romanos en la ciudad el general al mando dio la orden de que Arquímedes fuera capturado con vida y llevado a su presencia. Un soldado romano lo encontró trabajando sobre unas construcciones geométricas hechas en la arena, y al pedirle que le siguiera Arquímedes contestó que cuando terminara sus razonamientos, ante lo que el soldado le mató. Nadie podía estar por encima de la ley romana. En su tumba se grabó su figura del cilindro y la esfera.



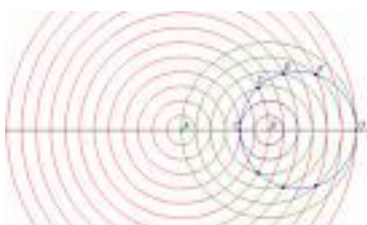
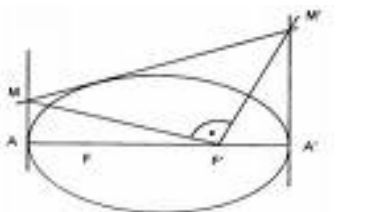
## APOLONIO

Nacido entorno al 262 aC en Perga, y muerto entorno al 190 aC en Alejandría, es conocido como el Gran Geómetra. Se conoce muy poco sobre su vida, pero su trabajo ha tenido una gran influencia en el desarrollo de la matemática, en particular su famoso libro *Las Cónicas*.

En vida de Apolonio, Perga era un foco cultural, no obstante en su juventud estudió en Alejandría con los seguidores de Euclides; posteriormente ejerció la docencia en esta ciudad. *Las Cónicas* es una obra de ocho libros, de los cuales sólo cuatro sobrevivieron en Grecia. Afortunadamente, los primeros siete libros sobrevivieron en Arabia. Apolonio consideraba las cónicas como las curvas que se obtienen al intersecar con un plano la superficie de un cono. Los libros primero a cuarto se dedican a introducir las propiedades básicas de las cónicas; muchos de los resultados ya eran conocidos por Euclides, pero muchos son presentados con más detalle y más generalizaciones. En particular, estudia los diámetros, las asíntotas, y las rectas tangentes. También profundiza en el problema de localizar el conjunto de puntos que se sitúan cumpliendo una cierta condición respecto a tres o cuatro rectas. En los libros quinto a siete se concentra en el estudio de las rectas normales a la cónica, y llega a determinar el centro de curvatura. También desarrolló trabajos sobre los fundamentos de la matemática, discutiendo el significado de los axiomas y las definiciones. Obtuvo una interesante acotación para el número  $\pi$  mejor que la clásica conocida por Arquímedes  $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$ . En su tratado sobre espejos mostró que los rayos reflejados por un espejo esférico no se concentran en un foco, y realizó un detallado estudio de la reflexión de rayos por un espejo esférico. Finalmente se le considera uno de los fundadores de la Astronomía matemática griega, al aplicar sus modelos geométricos al estudio del movimiento aparente de los planetas en el cielo.

En su tratado sobre espejos mostró que los rayos reflejados por un espejo esférico no se concentran en un foco, y realizó un detallado estudio de la reflexión de rayos por un espejo esférico. Finalmente se le considera uno de los fundadores de la Astronomía matemática griega, al aplicar sus modelos geométricos al estudio del movimiento aparente de los planetas en el cielo.

En su tratado sobre espejos mostró que los rayos reflejados por un espejo esférico no se concentran en un foco, y realizó un detallado estudio de la reflexión de rayos por un espejo esférico. Finalmente se le considera uno de los fundadores de la Astronomía matemática griega, al aplicar sus modelos geométricos al estudio del movimiento aparente de los planetas en el cielo.

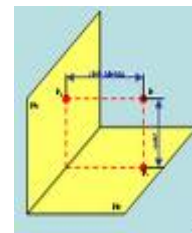


## MONGE

Gaspard Monge, nacido en Beaune (Francia) en 1746, y muerto en París en 1818. Comenzó a mostrar su brillantez en el Oratorian College de su pueblo natal, donde se ofrecía una educación liberal, con contenidos de humanidades, historia, matemáticas y ciencias naturales.

Diecisiete años continuó su formación en el Collège de la Trinité de Lyon; allí a los diecisiete años comenzó a impartir el curso de Física. Completada su formación volvió a su pueblo natal, y tras realizar un extraordinario plano del mismo entró como profesor en la École Royale du Génie en Mézières. Allí comenzó a desarrollar sus propias ideas sobre la geometría. Se le solicitó diseñar una fortificación militar que no pudiera ser fácilmente vista ni cañoneada por una fuerza enemiga cualquiera que fuera la posición de ésta. Para su diseño utilizó un método gráfico original que hacía uso de las técnicas geométricas que el mismo había desarrollado. En 1769, escribió un trabajo sobre la evoluta de curvas alabeadas donde generalizaba los resultados de Huyghens sobre estas curvas. El trabajo se leyó ante la Académie des Sciences en Agosto de 1771. A partir de este momento presentó cuatro nuevos trabajos a la Académie sobre Cálculo de Variaciones, Geometría Infinitesimal, Teoría de la Ecuaciones en Derivadas Parciales y Combinatoria. En 1780 fue seleccionado como geómetra adjunto de la Académie. A partir de este momento desarrolló investigaciones en muy diferentes campos científicos, química, generación de superficies, ecuaciones en diferencias finitas, ecuaciones en derivadas parciales, capilaridad, óptica fisiológica.... A partir de 1789, después de la toma de la Bastilla, formó parte de la Comisión de Pesos y Medidas de la Académie, participando con propuestas en la reforma del sistema de enseñanza, y por un periodo de ocho meses llegó a ser Ministro de la Armada. En 1794 la Convención Nacional, tras diversos trabajos de apoyo militar a la causa republicana, le encargó la organización de la École Centrale des Travaux Publics, que pronto se convertiría en la famosa École Polytechnique de París. Allí comenzó a dar sus cursos de geometría descriptiva y se dedicó a formar a los futuros profesores. En esta época todo su trabajo sobre geometría infinitesimal dio lugar a su libro *Application de l'analyse à la géométrie*. Su enseñanza de la Geometría descriptiva se realizó también en la École Normale. En 1797 llegó a ser el Director de la École Polytechnique de París. Tras recibir la propuesta de Napoleón de acompañarle en su expedición a Egipto la aceptó. Durante este periodo mejoró sus métodos de aplicación del análisis a la geometría. A su vuelta a París descubrió que las notas de su curso de Geometría Descriptiva habían sido publicadas como libro. Napoleón llegó a nombrarle Senador vitalicio. Con la caída de Napoleón su carrera y vida cayó en desgracia. Al morir, dado que la École Polytechnique no quiso rendirle un homenaje, fueron sus antiguos alumnos quienes se lo tributaron. Monge es considerado el padre de la geometría diferencial por su aplicación del análisis a la geometría; en particular introdujo el concepto de líneas de curvatura de una superficie.

Desarrolló un sistema de proyección ortogonal basado en usar dos planos perpendiculares para representar los cuerpos del espacio; es el sistema diédrico que se utiliza hoy para todos los diseños mecánicos.

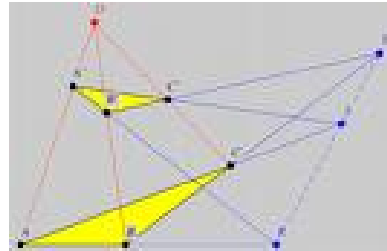
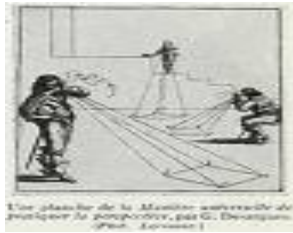




## DESARGUES

Nacido en 1591 y muerto en 1661 en Lyon (Francia). Se conoce muy poco de la vida de Girard Desargues. Su familia era rica y tenía tradición de proporcionar renombrados juristas. Girard pudo acceder a una muy buena educación. En esta época diseñó una escalera en espiral y una nueva bomba hidráulica, pero pronto reconoció que lo que más le interesaba era la geometría.

Desarrolló un nuevo estilo de geometría, diferente al de la antigua Grecia, lo que hoy conocemos como geometría moderna o geometría proyectiva. Su trabajo es completamente riguroso y original. Trabajó en el círculo de matemáticos tan afamados como Mersenne, Descartes y Étienne and Blaise Pascal. Escribió sobre aspectos prácticos como la perspectiva, el corte de piedras aplicadas a la construcción. Sus escritos son densos y teóricos, no hay la descripción paso a paso típica de los escritos pragmáticos. Su libro *Aproximación a un ensayo sobre los resultados de secciones planas a un cono* contiene sus resultados sobre la nueva geometría, su famoso Teorema de la Perspectiva, cuando dos triángulos están en perspectiva los puntos intersección de los lados correspondientes está alineados en una recta, fue publicado por primera vez en 1648. El redescubrimiento de la Geometría Proyectiva por Poncelet se realiza sobre la base del trabajo de Desargues.



## DESCARTES



Nacido en La Haye (Francia) en 1596 y fallecido en Estocolmo (Suecia) en 1650. Descartes es un filósofo cuyo trabajo *La Géométrie* incluye la aplicación del álgebra a la geometría con las técnicas que hoy conocemos como geometría cartesiana. Fue educado por los jesuitas, realizando estudios de cultura clásica, lógica y filosofía aristotélica. También aprendió matemáticas. De salud muy precaria, desde niño cogió el hábito de levantarse de la cama a media mañana.

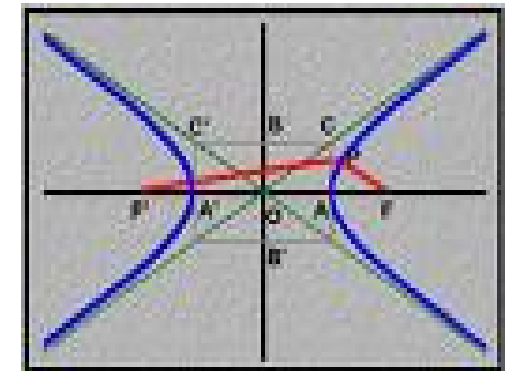
Estudió leyes en la Universidad de Poitiers, y en 1618 comenzó estudios de matemáticas y de mecánica en Holanda. Desde ese momento comienza a buscar una ciencia unificada para el estudio de la naturaleza. Hasta 1628 realizó largos y frecuentes viajes por toda Europa (Bohemia, Hungría, Alemania, Holanda, Francia, Italia). Mantuvo contactos con Mersenne. En 1628 se estableció en Holanda. Es entonces cuando trabaja en su mayor tratado científico *Traité de la Lumière*. Cuando estaba completo supo del arresto domiciliario impuesto a Galileo por sus escritos, y decidió no arriesgarse a publicarlo; el tratado se publicó solo parcialmente tras su muerte. En Holanda estableció contactos con importantes científicos, como Huyghens, que le insistían en que publicara su tratado. Fruto de esa presión es la publicación en Leiden en 1637 de su *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences*, con sus tres apéndices, *La Dioptrique*, *Les Météores* y *La Géométrie*. Este trabajo describe el método que él considera más adecuado para adquirir conocimiento que la lógica de Aristóteles. Descartes considera que tan sólo la matemática es cierta, por lo que todo debe basarse en la matemática. Desde el punto de vista matemático, la *Géométrie* es con mucho el trabajo más importante. Parte de sus ideas habían sido ya trabajadas por Oresme, pero este autor no llegó a ligar los métodos analíticos y los geométricos. Descartes muestra, mediante el uso del álgebra, un procedimiento sistemático para la resolución de problemas, y en particular, deja ver que problemas que desde el punto de vista geométrico son muy diferentes presentan una naturaleza analítica común.

## PONCELET



Nacido en Lorraine (Francia) en 1788 y fallecido en 1867 en París, Jean Victor Poncelet fue discípulo de Monge. Participó en la campaña de Napoleón en Rusia de 1812, donde fue dado por muerto. Al volver a Francia fue hecho prisionero. Durante el cautiverio estudió Geometría proyectiva y escribió un tratado *sobre Aplicaciones del análisis y de la geometría* basado en lo que había aprendido en la École Polytechnique de París.

Poncelet es uno de los fundadores de la geometría proyectiva, el estudio de las propiedades geométricas de las figuras que permanecen invariante cuando se realizan proyecciones de las figuras desde un punto. Desarrolló los conceptos de polo y línea polar asociada a una cónica, lo que le condujo al *Principio de Dualidad*. También descubrió el concepto de punto del infinito. En 1822 publicó su *Tratado de las propiedades proyectivas de las figuras* donde recogía sus descubrimientos de geometría proyectiva.

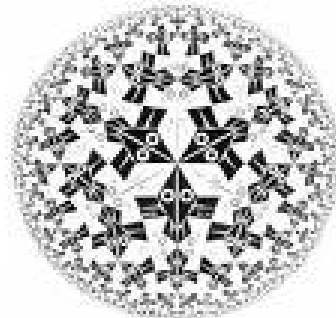
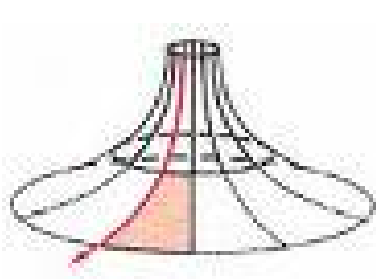




## JÁNOS BOLYAI

Nacido en 1802 en Kolozsvár y fallecido en 1860 en Marosvásárhely, Hungría. Su padre Farkas era un prestigioso profesor de matemáticas, física y ciencia que se encargó de su primera educación. Siempre esperó que su hijo fuera un gran matemático. Los ingresos económicos de su padre no eran grandes, y su madre era una persona de carácter complicado, por lo que no puede decirse que su casa fuera un hogar feliz.

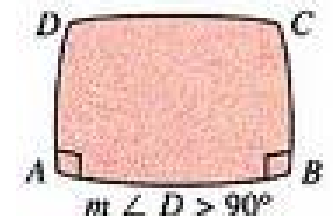
Comenzó a ir a la escuela de Marosvásárhely a partir de los nueve años, pero su padre siguió dedicándose a formarle. Su padre intentó que su amigo Gauss se encargara de la formación superior de su hijo, pero éste no quiso hacerlo, de forma que János estudió en la Academia de Ingeniería de Viena, la mejor de las opciones para su formación matemática. En esta época fue un estudiante brillante, un gran deportista y un estudioso del violín. Al graduarse en la Academia permaneció un año en Viena completando estudios antes de ir al servicio militar. Nunca aceptó la estricta disciplina militar. En 1823 ingresó en el cuerpo de ingenieros del ejército, donde llegó a tener la fama de ser el mejor bailarín y el más diestro con la espada del ejército imperial Austro-Húngaro. En esta época empieza a seguir los trabajos de su padre intentando construir una geometría reemplazando el axioma de las paralelas por otro, llegando a desarrollar sus ideas básicas sobre geometría hiperbólica. Todo indica que en 1824 ya había desarrollado un sistema completo de Geometría no euclidiana. Si bien inicialmente ni su padre ni sus antiguos profesores acogieron con agrado el trabajo, en 1830 su padre cayó en la cuenta del valor del trabajo de su hijo, y le rogó encarecidamente que lo publicara. Una vez publicado, su padre envió una copia a Gauss, quien alabó a János, el joven geómetra, como a un genio de primer orden, pero indicando que el mismo ya había durante 25 años pensado en desarrollos y resultados semejantes. Gauss indicaba que si se acepta que la suma de los tres ángulos de un triángulo suman menos de  $180^\circ$  se obtiene una geometría curiosa, muy diferente de la habitual, pero completamente consistente. Esta geometría es hoy conocida como hiperbólica, y se construye asumiendo que por un punto exterior a una recta se pueden trazar al menos dos rectas paralelas a aquella, es decir cambiando el axioma de las paralelas de Euclides que asume que por un punto exterior a una recta sólo se puede trazar una recta paralela a ella. El sistema de geometría hiperbólica desarrollado por János Bolyai es idéntico al que posteriormente construyó Lobachevsky. A la geometría euclidiana se la conoce como geometría parabólica.



## LOBACHEVSKY

Nacido en 1792 en Gorky, y fallecido en 1856 en Kazán, Rusia. Fue uno de los tres hijos de una familia pobre; teniendo siete años su padre murió y la madre emigró con sus tres hijos a Kazán en el oeste de Rusia, colindando con Siberia. Allí estudió en el Gymnasium financiado por el gobierno.

Posteriormente estudió en la Universidad de Kazán como estudiante libre, donde tras desistir de la medicina siguió cursos de ciencia, incluyendo física y matemáticas. Su profesor Martin Bartels, amigo personal de Gauss, interesó rápidamente a Lobachevsky hacia las matemáticas; muy probablemente su interés hacia el postulado de las paralelas de Euclides surgió a partir de las clases de historia de la matemática que su profesor impartía. Obtuvo su licenciatura en 1811, y a partir de 1814 trabajó como profesor en esta misma Universidad. Hombre de carácter independiente y vigoroso, impartió clases de diferentes disciplinas, matemáticas, física, astronomía, ... Era muy claro y detallista en sus explicaciones de forma que sus estudiantes le seguían con facilidad. Llegó a ser jefe del Departamento de Física y Matemáticas, Jefe del Observatorio y Bibliotecario mayor de la Universidad. Con el cambio de régimen del zar Nicolás I en 1826 llegó a ser rector de la Universidad. Bajo su mandato, la Universidad floreció tanto materialmente, con abundantes nuevas instalaciones, como en el nivel de conocimientos, potenciándose la investigación tanto en ciencias como en artes; se puso en marcha el centro de Estudios Orientales. Aun siendo rector siguió impartiendo cursos de muy diferentes temas, mecánica, hidrodinámica, ecuaciones diferenciales, integración, cálculo de variaciones y física-matemática. En 1832 se casó con una mujer mucho más joven que él, con la que tuvo siete hijos; no fue afortunado en su matrimonio. En su trabajo de investigación matemática, estudió la consistencia de una geometría en la que no fuera cierto el postulado de las paralelas de Euclides. El concebía la geometría euclidiana como un caso particular de una geometría más general. Su principal trabajo, *Geometriya* estaba ya completo en 1823, pero no se publicó hasta 1909. En 1837 publicó su artículo *Geometría imaginaria*, y en 1840 publicó un sumario de su nueva Geometría en Berlín. Este último trabajo impresionó ampliamente a Gauss. Se ha discutido la posibilidad de que Gauss hubiera inducido este trabajo por su amistad con el profesor de Lobachevsky; no hay evidencias claras al respecto. La aceptación de la geometría hiperbólica es una historia muy compleja en la que están implicados grandes matemáticos de la talla de Gauss, Weierstrass, Lie y Klein. Se puede considerar aceptada con la enunciación por Klein en el Programa de Erlangen de la definición de la Geometría. Poincaré en 1882 y en 1887 realizó dos importantes contribuciones a esta geometría.

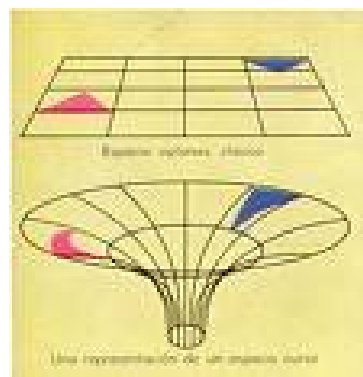
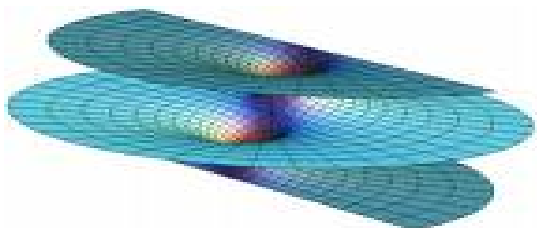




## RIEMANN

Nacido en Hannover (Alemania) en 1826 y fallecido en Selasca (Italia) 1866, Desde su infancia mostró una gran predilección por las matemáticas; en el Gymnasium de Lüneburg, el director le permitió estudiar con los libros de su biblioteca personal; en una ocasión leyó un libro de Legendre sobre Teoría de Números de 900 páginas en seis días.

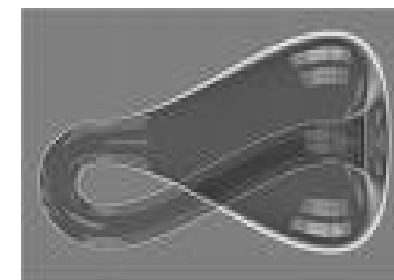
En la universidad de Göttingen, tras un breve paso por la facultad de teología pasó a la de filosofía y pudo estudiar matemáticas. Fue alumno de Stern y de Gauss. Posteriormente estudió en la Universidad de Berlín teniendo como profesores a Steiner, Jacobi, Dirichlet y Eisenstein. Su trabajo siempre se caracterizó por un razonamiento intuitivo, con un rigor no excesivo, pero de fácil comprensión. En 1851 ya en Göttingen su tesis doctoral fue dirigida por Gauss, catedrático de matemáticas. Como parte de su proceso de habilitación para llegar a ser profesor de Göttingen desarrolló trabajos sobre las condiciones que tiene que cumplir una función para ser integrable, y para poder ser representable mediante una serie trigonométrica. Finalmente, el 10 de Junio de 1854 impartió su clase de habilitación "*Sobre la hipótesis que subyacen en los fundamentos de la Geometría*", dicha conferencia se ha convertido en un clásico de las matemáticas. En la primera parte estudió como construir un espacio de dimensión N, llegando al concepto de lo que hoy llamamos Espacio Riemanniano. En la segunda parte estudió profundas cuestiones sobre la relación entre la geometría y el mundo en que vivimos, en particular se preguntó sobre cual es la dimensión del espacio real y cual es la geometría adecuada para describirlo. Llegó a ser el catedrático de matemáticas de Göttingen en 1859, sucediendo a Dirichlet, el cual a su vez había sucedido a Gauss. El mismo año fue elegido miembro de la Academia de Ciencias de Berlín. En su discurso de ingreso disertó "*Sobre la cantidad de números primos menores que una cierta cantidad*", un trabajo que ha marcado la dirección de la investigación matemática desde entonces. En este trabajo estudió las propiedades de la función zeta, y propuso lo que hoy se conoce como la Hipótesis de Riemann, todos los ceros de dicha función tienen parte real igual a  $\frac{1}{2}$ . La confirmación de esta hipótesis continúa siendo hoy uno de los problemas matemáticos no resueltos más importantes.



## KLEIN

Nacido en Düsseldorf en 1849 y muerto en Göttingen en 1925, Klein es fundamentalmente conocido por su trabajo en geometría no euclidiana, por su trabajo relacionando la geometría y los grupos de transformaciones, y por sus investigaciones en teoría de funciones.

Nació el 25/4/1849, y comentaba su alegría pues los tres números de la fecha son cuadrados perfectos,  $5^2/2^2/43^2$ . Tras graduarse en el Gymnasium de Dusseldorf estudió en la Universidad de Bonn, donde se doctoró con Plücker, cuando éste ya estaba interesado por la geometría. Cuando éste murió, fue Klein quien siguió su obra. A los 23 años obtuvo una cátedra en Erlangen (Bavaria), pero dado que había pocos alumnos aceptó una cátedra en la Technische Hochschule de Munich en 1875; grandes físicos y matemáticos fueron allí sus alumnos, Hurwitz, Runge, Planck, Bianchi, Ricci, ... En ese año contrajo matrimonio con la hija mayor del gran filósofo G. W. Friedrich Hegel. En 1880 aceptó una cátedra de geometría en Leipzig, donde intentó desarrollar la teoría de funciones con la rica aproximación geométrica de Riemann. En 1886 aceptó una cátedra en Göttingen. Allí consiguió restablecer el más preparado grupo de investigación matemática del momento. En particular consiguió que en 1895 Hilbert dejara Königsberg para unirse al grupo de Göttingen. Bajo la dirección de Klein la revista *Mathematische Annalen* consiguió su merecida fama, especializándose en análisis complejo, geometría algebraica y teoría de invariantes. En sus trabajos junto a Lie aprendió los conceptos de teoría de grupos que más tarde usaría. En 1871 publicó dos artículos *Sobre las llamadas geometrías no euclídeas*, donde mostró que ambas geometrías son casos especiales de superficies proyectivas obtenidas de secciones cónicas específicas; en particular mostró que cada una de las geometrías es consistente si y sólo si los es también la otra. En 1872 estableció lo que se conoce como el *Programa de Erlangen* donde sintetizó la geometría como el estudio de las propiedades de un espacio que son invariantes bajo la acción de un determinado grupo de transformaciones. Este punto de vista ha influenciado profundamente el desarrollo de la matemática, y constituye la aproximación unificada a la geometría que es hoy mayoritariamente aceptada, y que incluye a las geometrías euclídeas y no euclídeas. Su nombre está asociado a una superficie no orientable, la botella de Klein.





## POINCARÉ

Nacido en Nancy (Francia) en 1854 y fallecido en París en 1912. De Jules Henry Poincaré se dice que es el último matemático que conocía toda la matemática conocida en su tiempo, a partir de él la especialización es tal que nadie ha llegado a dominar todo el cuerpo de conocimientos.

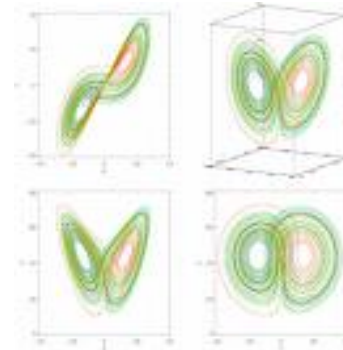
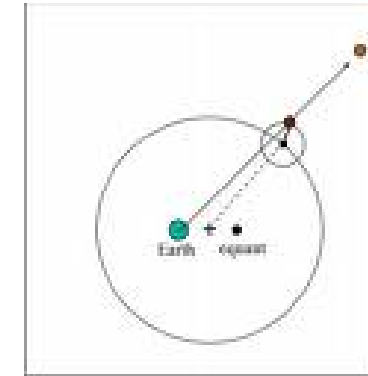
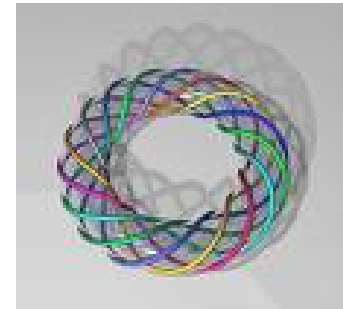
Es el fundador de la topología algebraica y de la teoría de funciones analíticas de varias variables complejas. Estudió en el Liceo de Nancy, donde siempre mostró ser uno de los más brillantes en todo lo que estudiaba, sus profesores le consideraban un auténtico monstruo para las matemáticas. En 1875 se graduó en la École Polytechnique de París. Siempre destacó en matemáticas, era un gran amante de la música, si bien no consiguió aprender a tocar el piano a pesar de todos sus esfuerzos, y un lector empedernido. Su prodigiosa memoria le permitía recordar todo lo que había leído relacionando siempre todas las ideas. Continuó su formación en la École des Mines, y tras graduarse estuvo algún tiempo trabajando como ingeniero de minas. Se doctoró en matemáticas en la Universidad de París, con una tesis sobre Ecuaciones diferenciales dirigida por Hermite. Tras un corto periodo como profesor en la Universidad de Caen, consiguió una cátedra sobre Física Matemática y Probabilidad en la Sorbona y en la École Polytechnique. Cada año cambiaba el contenido de sus cursos, y en ocasiones mostraba cierta desorganización en sus clases.

Es considerado como uno de los mayores genios de todas las épocas, siempre desarrolló su trabajo partiendo de los principios básicos, sus trabajos se caracterizan siempre por asociaciones muy profundas de ideas. Abordaba siempre los problemas por aproximaciones sucesivas, trabajándolos en diferentes momentos profundizando cada vez más en ellos. Le interesaba la matemática, la física y la filosofía. Realizó aportaciones a diferentes ramas de la matemática, la mecánica celeste, la mecánica de fluidos, la teoría especial de la relatividad y la filosofía de la ciencia. Sus profundos conocimientos matemáticos, y su amplios conocimientos científicos le permitían atacar los temas desde muy diferentes puntos de vista.

Desarrolló la teoría de funciones automórficas, funciones complejas invariantes bajo ciertos grupos de transformaciones; sus estudios de ecuaciones diferenciales, donde introdujo los métodos cualitativos, le llevaron a la topología, y desarrollo la topología algebraica, generando la teoría de la homotopía que resuelve cuestiones topológicas mediante invariantes algebraicos. De esta parte de su trabajo es especialmente famoso lo que se conoce como conjetura de Poincaré, finalmente demostrada en 2005 por Perelman. Hizo aportaciones a la geometría algebraica y a la teoría de números. Sus trabajos sobre mecánica celeste le llevaron a los orígenes de la actual teoría del caos. Consideraba que el verdadero método para conocer cual sería el futuro de la matemática es estudiar su historia y su estado actual. Defendía que es la lógica la que nos permite probar las cosas, pero es la intuición la que nos permite inventarlas. Ahora bien, creía que el pensamiento puede enseñarnos cuales son los errores de nuestra intuición. Demostró que la geometría euclídea y la no euclídea son topológicamente equivalentes, por lo que de los resultados de una se puede pasar a los de la otra; ninguna es ni correcta ni falsa, se puede usar la

que se desee. Habitualmente en los estudios físicos se emplea la euclídea, pero hoy ya hay evidencias de que el espacio es no euclídeo.

Consideraba que era imposible axiomatizar por completo la matemática, consideraba que el principio de inducción no se puede deducir a partir de la lógica, y creía que no se puede demostrar la consistencia de una aritmética basada en axiomas.



$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{g}{DEL_m} (Y_{km}(t) - Y_1(t))$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \frac{g}{DEL_m} (Y_1(t) - Y_2(t))$$

$$\frac{dy_x}{dt} = \frac{g}{DEL_m} (Y_{x-1} - Y_x(t))$$

