

EJERCICIOS AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS, 4º ESO. (Septiembre 2011)

NÚMEROS Y ALGEBRA

1.- Dadas las sucesiones:

$$a_n = \frac{n+1}{3n} \quad b_n = \frac{5}{2n+1} \quad c_n = \frac{n^2-1}{3}$$

- Calcular los cuatro primeros términos de a_n y c_n .
- Representar gráficamente estos cuatro términos de a_n , indicando si es creciente o decreciente.
- Obtener el término general de $(a_n) + (b_n)$ y $(b_n):(c_n)$.

2.- Dada la sucesión:

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{12}, \frac{8}{24}, \dots$$

- ¿Cuales serían los dos siguientes términos?
- Calcula el término general de la sucesión formada por los numeradores.
- Calcula el término general de la sucesión formada por los denominadores.
- Obtén término general de la sucesión
- Calcula la suma de los 100 primeros numeradores.

3.- Dadas las sucesiones:

$$a_n = \frac{4n^2+3}{n-1} \quad b_n = \frac{2n}{3n^2+7} \quad c_n = \frac{3n}{n+1}$$

- Calcular los cuatro primeros términos de a_n y c_n .
- Representar gráficamente estos cuatro términos de c_n , indicando si es creciente o decreciente.
- Obtener el término general de $(a_n) + (c_n)$ y $(b_n):(c_n)$.
-
- Indicar si las sucesiones tienen límite, y en caso afirmativo obtener el valor de este límite.

4.- Dadas las sucesiones:

a) 6, 4, 2, 0, - 2,

b) 3, 6, 12, 24, ...

c) 18, 6, 2, $\frac{3}{2}$, ...

d) 0, 3, 8, 15, 24,

- Indica cuales son progresiones aritméticas y cuáles geométricas.
- Calcula la suma de los 20 primeros términos de la progresión aritmética.
- Calcula el término general de b) y de c).
- Calcula la suma de los infinitos términos de c_n .

5.- Indicar si las siguientes sucesiones tienen límite, y en caso afirmativo obtener el valor de este límite:

$$a_n = \frac{4n + 3}{n - 1} \quad b_n = \frac{2n^2}{3n + 7} \quad c_n = \frac{3n}{n^2 + 1}$$

6.- Calcular el límite de las siguientes sucesiones, quitando previamente si es necesario la indeterminación que aparece:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n - 3)(5n + 2)}{3n^2 + 1} =$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3 - 3n}{n + 2} \right)^7 =$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 5}{3n + 1} \right)^{n^2 + 2} =$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4n - 3}{n + 2}} =$$

7.- Calcular el límite de las siguientes sucesiones, quitando previamente si es necesario la indeterminación que aparece:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} (10 - n)$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^4 - 3n + 8}{9n^3}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 6}{-6n^5 + 8n - 2}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2 + 7n - 5}{6n^2}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{3n}$$

8.- Calcular los siguientes límites:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{n^2 - 3n + 2}{3n + 1} - (n + 1) \right] =$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2n^2 - 3n + 2}{n^3 + 1}} =$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n - 5}{n + 1} \right)^{2n} =$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1} - n} =$$

9.- Obtener, utilizando el Binomio de Newton, el desarrollo de la potencia:

$$(2x^2 + 3x^3)^4 =$$

10.- Obtener el desarrollo de la potencia:

$$(x^3 + 3x^2)^5 =$$

11.- Calcula la base de los siguientes logaritmos:

a) $\log_b 10\,000 = 2$

b) $\log_b 125 = 3$

c) $\log_b 4 = -1$

d) $\log_b 3 = \frac{1}{2}$

12.- Calcula el valor de x en las siguientes expresiones:

a) $3^x = 27$

d) $\frac{1}{3^{2x}} = 9$

g) $7^x = \sqrt[3]{49}$

b) $2^x = \frac{1}{4}$

e) $3 \cdot 2^{x+1} = 24$

h) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$

c) $5^{2x-3} = 625$

f) $5^x = 10$

i) $2^x = 27$

13.- Hallar el valor de x en las siguientes expresiones logarítmicas:

a) $\log_x \frac{1}{4} = 2$ $x =$

b) $\log_2 \sqrt{2} = x$ $x =$

c) $\log_5 x = 3$ $x =$

14.- Calcular:

$$\log_2 \frac{1}{4} + \log_5 \sqrt[3]{25} + \ln \sqrt{e} =$$

15.- Sabiendo que $\log k = 2,17$, calcular el valor de las siguientes expresiones:

a) $\log \frac{100}{k}$

b) $\log 0,1k^2$

c) $\log \sqrt[5]{k}$

16.- Si : $\log b = -\frac{1}{2}$ $\log a = 4$

Calcula, utilizando las propiedades de los logaritmos:

1) $\log(10 \cdot a^2 \cdot \sqrt[3]{b}) =$ 2) $\log\left(\frac{0,001 \cdot \sqrt[5]{a^3}}{b^2}\right) =$

GEOMETRÍA

1.- Dados los puntos A(-5, 7), B(-1, -3), C(4, -2) y D(0, 4):

- Representa los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} . Calcula sus coordenadas.
- Comprueba gráficamente si los vectores \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{CD} son equipolentes.

2.- Dados los puntos A(-3, 4) y B(-2, -1), halla las coordenadas de \overrightarrow{AB} y de \overrightarrow{BA} .

3.- Dados los vectores $v = (-1, 4)$, $w = (2, 2)$, representarlos gráficamente y obtener:

$v + w =$

$w - v =$

2. $v - w =$

Realiza de forma analítica las operaciones anteriores, y comprueba que sale el mismo resultado.

4.- Dados los vectores $\vec{v}(-3, 2)$, $\vec{w}(2, -1)$ y $\vec{z}(4, 0)$, calcula:

a) $\vec{v} - \vec{w} + \vec{z} =$

b) $\frac{1}{2} \vec{z} + \vec{v} - 3(\vec{w} - \vec{z}) =$

c) Calcula el módulo del vector obtenido en b).

5.- Dados los vectores $\mathbf{a}=(2,-3)$ y $\mathbf{b}=(4,6)$ hallar:

- su suma.
- su diferencia.
- su producto escalar.
- sus módulos.
- el ángulo que forman.

6.- Dados los vectores $\mathbf{a}=(-1,1)$ y $\mathbf{b}=(2,3)$ hallar su producto escalar y el ángulo que forman.

7.- Sean A(-7, -2), B(-5, 3) y C(1, 3), los vértices de un triángulo. Calcula su perímetro.

8.- Calcula la ecuación de la recta que pasa por P(1, -2) y lleva la dirección del vector $\vec{u}(4, 5)$ de todas las formas que conozcas, indicando su nombre.

9.- Dada la recta r: $y = 5x - 1$, y el punto P=(2,1), hallar la ecuación de la recta paralela a r que pasa por P.

10.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,-3) y (4,1) en forma explícita y en forma implícita. Calcular su pendiente. Averiguar si esta recta pasa por el punto (-2,-6).

11.- Escribirla ecuación de la recta que pasa por los puntos M=(3,-1) y N=(1,2) en forma vectorial, continua y explícita.

12.- Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto (-1,2) y es paralela a la recta de ecuación:

$$x-2y-1=0.$$

13.- Dados los puntos B(-1,3) y C(-2,4), calcular la longitud del segmento BC.

14.- Obtener seno, coseno y tangente del ángulo a sabiendo que:

- 1) $\text{sen } a = 0.7$
- 2) $\text{cos } a = 0,4$
- 3) $\text{tg } a = 3$

15.- Obtener x en:

$$135^\circ = x \text{ rad} \qquad x^\circ = 0,45 \text{ rad} \qquad x^\circ = (3\pi/5) \text{ rad}$$

$$x = \cos 23^\circ 17' \qquad x = \text{tg } 71^\circ 40' \qquad x = \text{tg } (-11 \pi \text{ rad})$$

$$x = \text{tg } 12^\circ 50' \qquad x = \text{sen } 57^\circ 15' \qquad \cos x = - 0,545$$

$$\text{sen } x = - 0,259 \qquad \text{tg } x = 1,315$$

16.- Calcular y representar gráficamente las restantes razones trigonométricas del ángulo, sabiendo que:

a) $\text{sen } a = 3/5$ y a es un ángulo del segundo cuadrante.

b) $\text{tg } a = -3/4$, y a es un ángulo del 2º cuadrante.

c) $\text{cos } a = -0,3$, y a es un ángulo del tercer cuadrante.

17.- Calcular, sin usar tablas ni calculadora (relacionándolas con un ángulo del primer cuadrante):

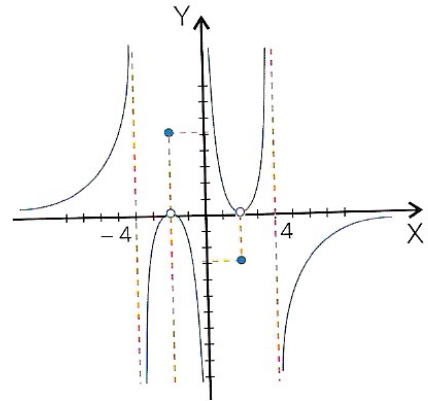
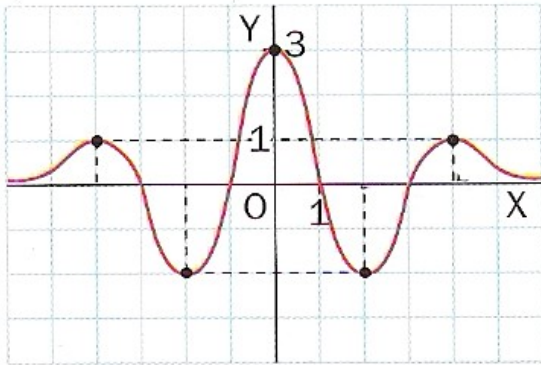
- Utilizando solamente que $\text{sen } 25^\circ = 0,4226$,
 $\text{cos } 65^\circ$ $\text{sen } 155^\circ$ $\text{cos } 245^\circ$ $\text{sen } 335^\circ$

- Utilizando solamente que $\text{cos } 20^\circ = 0,9336$,
 $\text{sen } 70^\circ$ $\text{cos } 160^\circ$ $\text{cos } 200^\circ$ $\text{sen } 290^\circ$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x - x^2}$

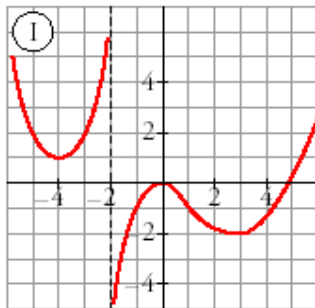
c) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x - x^2}$

4.- Indica las características globales de las siguientes funciones:

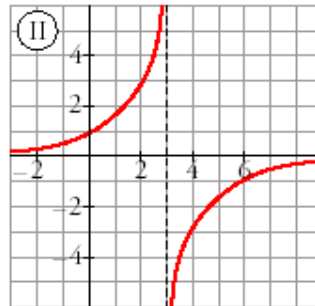


5.- Las cuatro gráficas siguientes corresponden a funciones discontinuas.

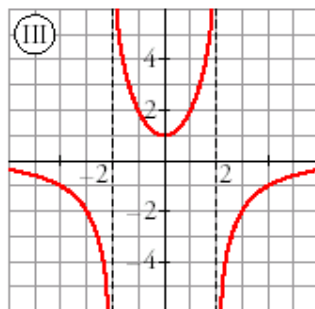
- ¿Cuál es su dominio? Di cuales son los puntos de discontinuidad.
- Indica si tienen máximos y mínimos y di cuáles son.
- ¿En qué intervalos son crecientes y en cuáles decrecientes?



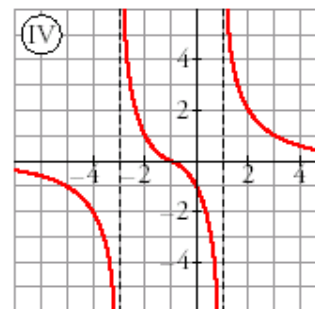
$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$



$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$



$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$



$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) =$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

6.- Observando las gráficas anteriores, contesta a las siguientes preguntas:

- Tipos de discontinuidad
- Asíntotas horizontales.
- Asíntotas verticales.

d) Acotada superiormente por.....

e) Acotada inferiormente por.....

8.- Calcular los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} \right) =$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 3x^3}{\sqrt{9x^2 + 2}} =$$