

# EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS B, 4º ESO. (Septiembre 2011)

## ARITMÉTICA

1. Realiza las siguientes operaciones, simplificando cuando sea posible:

$$a) \frac{2}{5} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \right) + \frac{5}{12} =$$

$$b) \frac{2}{3} - \frac{1}{3} : \frac{2}{9} + 5 =$$

$$c) \frac{1 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{5}} =$$

$$d) 2 - \frac{\frac{3}{2} - 2}{5 - 3 : \frac{7}{3}} =$$

$$e) \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left( 1 + \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - 5 \right)^0 - 1}{\frac{1}{2} + \left( \frac{3}{2} \right)^2 : \left( \frac{3}{2} \right)^2} =$$

2. Realiza los siguientes ejercicios con potencias:

$$a) \left( \frac{1}{3} \right)^7 \cdot 3^{-5} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^{-2} =$$

$$b) \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)^{-2}$$

$$c) \frac{(3^2 \cdot 5)^2 \cdot 49^2 \cdot 3^{-5} \cdot 2^0 \cdot 6^2}{25^2 \cdot 12 \cdot 7^4 \cdot 5^6} =$$

$$d) \frac{3^2 - 2^2 \cdot 2^{-2} + (-1)^6 - 5^{127} : 5^{127} + 1}{2^0 + 2^3 - 1} =$$

$$e) \frac{((18 \cdot 6^3)^4 \cdot (3^4)^2) : (9 : 45)^3}{(3^{-2} \cdot 30)^3 : (3^3 : 3^{-6})^2} =$$

3.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales:

$$a) \sqrt[6]{16} \cdot \sqrt[9]{32} \cdot \sqrt{2} =$$

$$b) \frac{\sqrt{a^5} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[5]{a^6}} =$$

$$c) \frac{\sqrt[4]{5^3} \cdot \sqrt{5} \cdot 25^{\frac{4}{5}}}{5^{0,2} \cdot 5^{-\frac{3}{2}}}$$

$$d) 3 \sqrt[3]{625} - 2 \sqrt[3]{40} + \frac{2}{3} \sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{5} =$$

$$e) \sqrt[3]{7^2} \sqrt{7} \sqrt[6]{49} =$$

4.- Racionaliza:

$$a) \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$b) \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$c) \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} =$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} =$$

$$e) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$$

$$f) \frac{3}{2 + 2\sqrt{7}}$$

$$g) \frac{4}{3 - 2\sqrt{3}}$$

## ÁLGEBRA

1. Calcula:

$$a) (3x + 6)^2 =$$

$$b) (x + 2y) \cdot (x - 2y) =$$

$$c) (2x^3 - 6x)^2 =$$

$$d) (5xy + 2a)^2 =$$

$$e) (3x + 2a^2) \cdot (3x - 2a^2) =$$

$$f) \left( \frac{2}{3}x - x^2 \right)^2 =$$

$$g) (\sqrt{2}x + \sqrt{3}x^2)^2 =$$

$$h) \left( \frac{3}{5}x^3 + 5x^2 \right) \cdot \left( \frac{3}{5}x^3 + 5x^2 \right) =$$

2. Halla el resto de las siguientes divisiones utilizando el valor numérico o la regla de Ruffini:

$$a) (3x^{321} - 2x^{110} + 7x^{59} - x^7 + 4x^3 - 1) : (x + 1)$$

$$b) (x^9 - 1) : (x + 2)$$

$$c) (x^5 - 5x^3 + 6) : (x - 1) =$$

3. Realiza las divisiones:

$$a) (6x^4 + 8x^2 + 7x + 40) : (2x^2 - 4x + 5) =$$

$$b) (x^5 - x^3 + x - 1) : (x^2 - 1) =$$

$$c) (3x^7 - 4x^2 + x + 1) : (x^2 + 2x - 3) =$$

4.- Halla el valor de  $m$  en los siguientes polinomios sabiendo que:

$$a) x^3 - 3x^2 + mx \text{ es divisible por } x - 1$$

$$b) 5x^3 - mx^2 - 5x + 10 \text{ es divisible por } x - 2$$

$$c) \text{ El resto de la división } (2x^4 + mx^3 - 30x^2 - 10x + 28) : (x + 1) \text{ es } \frac{2}{3}$$

5.- Factoriza los siguientes polinomios:

$$a) x^2 - 9$$

$$b) x^5 + 3x^4 - x^3 - 3x^2$$

$$c) x^5 - x^4 - 9x^3 + 5x^2 + 16x - 12$$

$$d) x^4 - 8x^2 - 9$$

$$e) x^3 - 2x^2 - x + 2$$

$$f) x^5 - 4x^4 - 9x^3 + 64x^2 - 100x + 48$$

6.- Opera las siguientes fracciones algebraicas:

$$a) \frac{x-2}{x^2} + \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{1}{x^2-1} =$$

$$b) \frac{2x^2-18}{x^2+3} : \frac{x^3+2x^2-15x}{x+5} =$$

$$c) \frac{x^2+2x-15}{x^2-25} \cdot \frac{2x-10}{x^2-6x+9} =$$

$$d) 4 - \frac{1}{2x-1} \cdot \left( \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2} \right) =$$

7.- Halla las soluciones reales de las siguientes ecuaciones:

$$a) x^3 - x^2 - 4 = 0$$

$$b) x^3 - x^2 - x + 1 = 0$$

$$c) x^3 - 7x^2 - 2x + 14 = 0$$

$$d) 3x^5 - 5x^3 + 2x = 0$$

$$e) x^4 + 6x^2 + 9 = 0$$

$$f) x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$g) 3x^2 + 2x + 1 = 0$$

8.- Resuelve y comprueba las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{x-1}{x} + x = 1$$

$$b) \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{4} = 1$$

$$c) \quad \frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$$

$$d) \quad \frac{3x-1}{x+2} - 1 = \frac{x}{2x+4}$$

$$e) \quad \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{2}{5}$$

9.- Resuelve y comprueba las siguientes ecuaciones con radicales:

$$a) \quad \sqrt{x+4} = 7$$

$$b) \quad x - \sqrt{25 - x^2} = 1$$

$$c) \quad x + \sqrt{5x+10} = 8$$

$$d) \quad \sqrt{2x+x^2} - x - 2 = 0$$

10.- Un granjero compra 45 aves, entre pollos y patos, pagando un total de 114€. Si cada pollo le ha costado 2€ y cada pato 3€, ¿cuántos pollos y cuántos patos ha comprado?

9.- La edad de Pedro es el doble que la edad de su sobrina Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Pedro. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

11.- He comprado un objeto y he pagado por él 105€. Dicho importe lo he pagado con doce billetes de dos tipos: de 5€ y de 10€. ¿Cuántos billetes de cada clase he entregado?

12.- En un examen de 20 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te quitan medio punto por cada fallo. Para aprobar, es obligatorio contestar a todas la preguntas y hay que obtener, por lo meno, 20 puntos. ¿Cuántas preguntas hay que contestar correctamente para aprobar?

13.- Si se aumenta en 3 metros el lado de un cuadrado, la superficie aumenta en 75 metros cuadrados. ¿Cuál es la longitud del lado?

14.- Resuelve los sistemas:

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{array} \right\}$$

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} \frac{3}{4}x + \frac{y}{3} = 4 \\ 2x - \frac{y}{6} = \frac{15}{2} \end{array} \right\}$$

$$c) \quad \left. \begin{array}{l} y + 1 - \frac{2x}{3} = \frac{1}{2} \\ \frac{2(x-3)}{5} + \frac{y-1}{2} = \frac{4}{10} \end{array} \right\}$$

$$d) \quad \left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{array} \right\}$$

$$e) \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + 13 = y + 8x \\ 2x + y = 4 \end{array} \right\}$$

$$f) \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 65 \\ x \cdot y = 28 \end{array} \right\}$$

## INECUACIONES

1.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) \quad \frac{x-5}{3} - \frac{2(x+3)}{5} \geq \frac{x-3}{2} - \frac{3(x-1)}{10}$$

$$b) \quad \frac{x-1}{2} - \frac{3x-1}{7} \geq x - \frac{2x+1}{4}$$

2.-Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones, de una incógnita o dos incógnitas:

$$a) \left. \begin{array}{l} -3x - 2 < 5 - \frac{x}{2} \\ 2x - 1 \geq -x + 2 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + y \geq 4 \\ 5x + y < 5 \end{array} \right\}$$

$$c) \left. \begin{array}{l} y - 3x < 1 \\ x + y < 2 \end{array} \right\}$$

3.- Resuelve:

$$a) -x^2 + 3x - 2 \geq 0$$

$$b) 2x^2 + 9x - 5 > 0$$

$$c) x^2 - 4x - 5 \leq 0$$

$$d) -x^2 + 4x < 0$$

$$e) \frac{x(x+5)}{x-3} \geq 0$$

$$f) \frac{x^2+1}{(x-2)(x+1)} \leq 0$$

$$g) \left. \begin{array}{l} \frac{3(x+5)}{2} - \frac{x-4}{4} \leq 1 - \frac{7(x-3)}{2} \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{array} \right\}$$

$$h) \left. \begin{array}{l} \frac{5-x}{3} - \frac{4x+4}{4} \leq 2 + \frac{3(x+5)}{2} \\ 2x^2 - 9x - 5 \geq 0 \end{array} \right\}$$

## TRIGONOMETRÍA

1. Utiliza la calculadora para calcular el ángulo en grados, minutos y segundos:

$$a) \operatorname{sen} \alpha = 0.5236 \Rightarrow \alpha =$$

$$b) \operatorname{tg} \beta = 12.3654 \Rightarrow \beta =$$

$$c) \operatorname{cos} \alpha = 0.0021 \Rightarrow \alpha =$$

4.- Para el siguiente ejercicio deberás utilizar las relaciones entre las razones trigonométricas, (no sirve que utilices las teclas del seno coseno y tangente de la calculadora).

$$a) \text{ Sabiendo que } \operatorname{sen} 52^\circ = 0.79. \text{ Calcula el } \operatorname{cos} 52^\circ, \operatorname{tg} 52^\circ$$

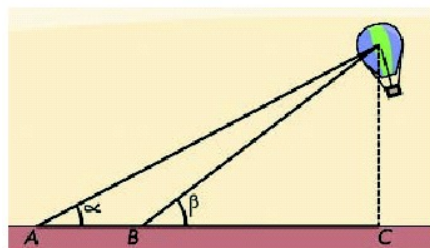
$$b) \text{ Sabiendo que } \operatorname{sen} \frac{3\pi}{7} = 0.9750, \text{ calcula el } \operatorname{cos} \frac{3\pi}{7}, \operatorname{tg} \frac{3\pi}{7}$$

$$c) \text{ Sabiendo que } \operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3} \text{ y que el ángulo es del primer cuadrante, calcula las demás razones trigonométricas}$$

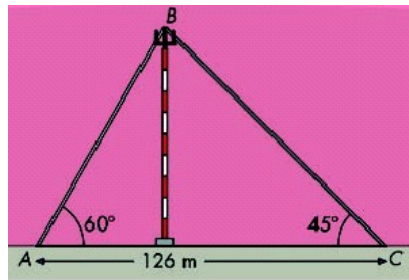
5.- Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos del siguiente modo:

Rosa se coloca en un punto B, y Laura en un punto A, a 5 metros de ella, de tal forma que los puntos A, B y C (observa la figura) quedan alineados.

Si los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  miden  $40^\circ$  y  $50^\circ$ , respectivamente, ¿a que altura se encuentra el globo?

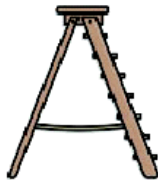


- 6.- Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura. Calcula
- La altura de la antena.
  - La longitud de los cables.
  - El valor del ángulo  $ABC$



- 7.- Las puntas de las ramas de un compás distan 7 cm y cada rama mide 12 cm. Halla el ángulo que forman las ramas del compás.

- 8.- Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de  $60^\circ$ . Para que la altura de la escalera, estando abierta, sea de 2 metros, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?



- 9.- Calcula el área de un rombo cuyo lado mide 6 cm y uno de sus ángulos,  $150^\circ$ .

- 10.- Desde la orilla de un río se ve un árbol en la otra orilla bajo un ángulo de  $45^\circ$ , y si se retrocede 40m, se ve bajo un ángulo de  $30^\circ$ . Halla la altura del árbol y el ancho del río.

- 11.- Dado un pentágono regular de radio 5 cm. Calcula:

- El lado del pentágono.
- La apotema.
- El área del pentágono

## FUNCIONES

- 1.- Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{x}{x^2 - 9}$

c)  $g(x) = \frac{3x}{x^2 + 2}$

f)  $y = \sqrt{x^2 - x - 6}$

b)  $f(x) = \frac{1 - x}{x^2 - x - 6}$

d)  $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x}$

g)  $f(x) = \sqrt{\frac{3(x+4)}{x-2}}$

e)  $f(x) = \sqrt[5]{2x^2 - 5x}$

h)  $y = \sqrt[7]{\frac{x-1}{x+9}}$

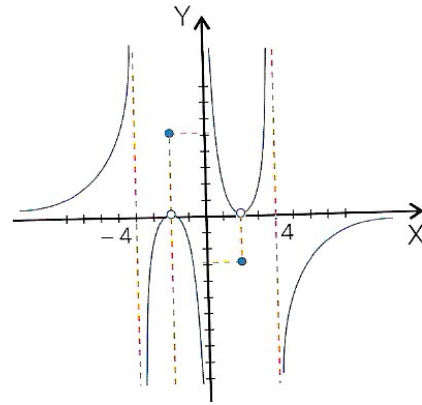
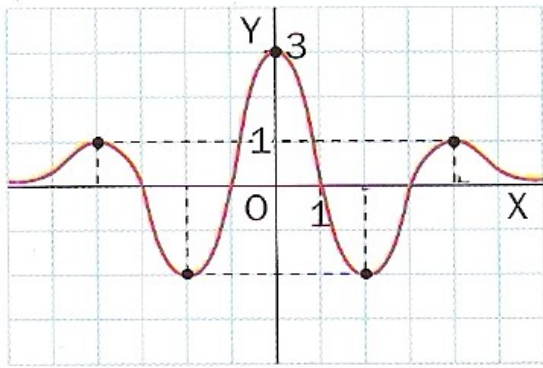
- 2.- Calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las siguientes funciones:

a)  $y = (3 + x)(x - 2)$

b)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x - x^2}$

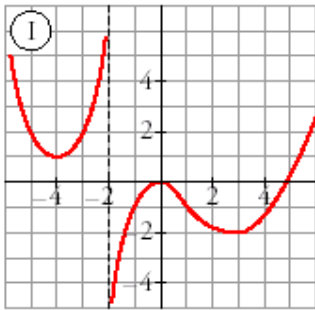
c)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x - x^2}$

3.- Indica las características globales de las siguientes funciones:



4.- Las cuatro gráficas siguientes corresponden a funciones discontinuas.

- Di cuales son los puntos de discontinuidad. ¿Cuál es su dominio?
- Indica si tienen máximos y mínimos y di cuáles son.
- ¿En qué intervalos son crecientes y en cuáles decrecientes?

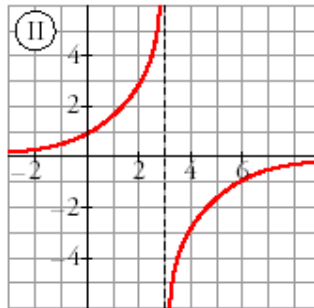


$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$$



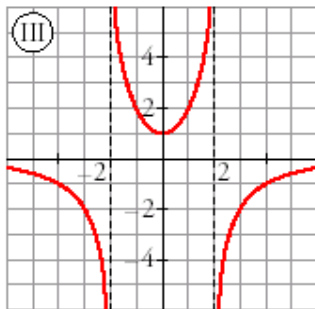
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

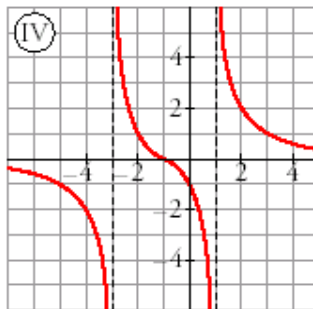
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

5.- Halla, en cada caso, la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, y escribe su ecuación:

- $A(5,0), B(0,3)$
- $A(-4,1), B(-2,5)$

6.- Escribe la ecuación de las siguientes rectas y represéntalas:

- Su pendiente es  $m = -\frac{2}{3}$  y pasa por el punto  $P(-1,2)$
- Su pendiente es  $m = 5$  y su ordenada en el origen es  $-4$ .

7.- Halla la ecuación de las siguientes rectas:

- Paralela a  $y = -2x + 3$  y pasa por  $(4,5)$
- Paralela a  $2x - y + 3 = 0$  y pasa por  $(4,0)$

8.- Representa la siguiente función definida a trozos:

$$y = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 1 \\ x - 2 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 8 - x & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -1 - x & \text{si } x < -1 \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

10- Representa las siguientes parábolas:

a)  $y = x^2 - 2x + 3$

b)  $y = x^2 - 6x + 5$

c)  $y = -x^2 + 3x - 4$

11.- Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa:

a)  $y = \frac{12}{x}$

b)  $f(x) = \frac{5}{x - 3}$

c)  $y = \frac{1}{x} + 3$

## COMBINATORIA

1.- Con las cifras impares 1, 3, 5, 7 y 9:

- ¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar?
- ¿Y de cinco cifras distintas?
- ¿Cuántos de los números de cinco cifras distintas son menores que 70.000?

2.- En una heladería ofrecen helados de 15 sabores diferentes. ¿Cuántos helados de tres sabores distintos pueden hacerse?

3.- Se lanzan tres dados de distintos colores una vez. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

4.- En un examen de 5 preguntas tienes que elegir tres de ellas para responderlas. ¿De cuántas formas diferentes puedes elegir las tres preguntas?

5.- En una clase de 25 alumnos se escogen delegado y subdelegado. ¿Cuántos son los resultados posibles?

6.- Se lanzan tres dados de distintos colores una vez. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

7.- Un alumno tiene 7 asignaturas que pueden ser calificadas con Suspenso, Aprobado, Notable y Sobresaliente. ¿Cuántos boletines distintos se pueden establecer?

8.- Una tienda de Vds. quiere comercializar 10 películas por exceso de stock. Para ello, lanza una oferta con la que, comprando 4 películas distintas, solo se pagan 3. Hallar cuántos paquetes distintos de 4 películas se pueden hacer.

9.- Todos los miembros de la familia Ortega tienen carné de conducir. La familia está formada por el padre, la madre, el hijo, la hija y la abuela. ¿De cuántas formas distintas pueden ir sentados dentro del coche? ¿Y si solo tuviese carné de conducir la abuela?

10.- En una carrera con 10 caballos se apuesta para saber quién llega en primer, segundo y tercer lugar. ¿Cuántas apuestas diferentes hay?