

PROPORCIONALIDAD

1. Razón y proporcionalidad

La **razón** entre dos números a y b es el cociente a:b. Se utiliza para comparar dos cantidades.

Una **proporción** es una igualdad entre dos razones.

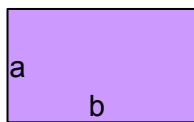
La **propiedad fundamental de las proporciones** se enuncia así: "En una proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios".

* Calcula la razón entre las siguientes magnitudes:

- a) 26 y 4 b) 800 y 16 c) 75 y 25 d) 35 y 7 e) 300 y 80

* Calcula la razón entre las magnitudes que se indican:

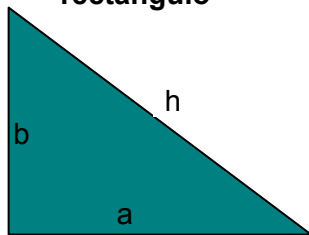
Rectángulo



a = 1,5 cm
b = 2,5 cm

a/b =
b/a =

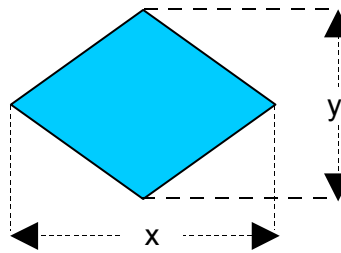
Triángulo rectángulo



a = 3 cm
b = 4 cm
h = 5 cm

a/b =
b/a =
a/h =
b/h =

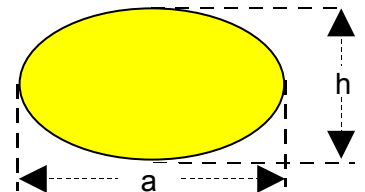
Rombo



x = 2,5 cm
y = 3,5 cm

x/y =
y/x =

Elipse



a = 3,5 cm
h = 2 cm

a/h =
h/a =

* Calcula el valor de las letras en las siguientes proporciones:

- a) $3/8 = x/24$ b) $2/9 = 6/20+x$ c) $5/7 = (12 + x)/\sqrt{3}$ d) $3/2 = (25 - x) / 14$

2. Magnitudes directamente proporcionales

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** si al multiplicar una de ellas por un número, la otra queda multiplicada por el mismo número.

En las magnitudes directamente proporcionales, al dividir los valores de una de ellas entre los de la otra se obtiene siempre un mismo número, la **constante de proporcionalidad directa**.

Para resolver problemas de proporcionalidad directa, se puede utilizar la **regla de tres simple directa**, que se aplica de la siguiente forma:

$$\left. \begin{array}{l} a \rightarrow b \\ c \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Ejemplo resuelto:

Luisa ha comprado 7 cuadernos iguales y ha pagado 11,2 €. ¿Cuál sería el precio de 10 cuadernos?

El número de cuadernos y el precio a pagar por ellos son magnitudes directamente proporcionales. Por tanto, aplicando una regla de tres simple directa, obtenemos:

$$\begin{array}{r} \text{Número de} \\ \text{cuadernos} \\ \hline 7 \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} 11,2 \\ x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}} \right\} x = \frac{11,2 \cdot 10}{7} = 16 \text{ €}$$

* El importe de la factura de energía eléctrica de una familia en dos meses es de 90 €, correspondiente a un consumo de 720 kWh.

- ¿Cuál es el precio de 1 kWh de energía eléctrica?
- Si el consumo se mantiene constante, ¿cuánto pagará esta familia en un año?
- ¿Qué importe tendría la factura si en 2 meses se han consumido 900 kWh?

* Sabiendo que el precio de 1 m³ de agua es 0,90 euros, completa los datos de la siguiente tabla:

Familia	Consumo medio diario (m ³)	Consumo medio en 3 meses (m ³)	Importe medio diario (€)	Importe medio en 3 meses (€)
A	0,7 m ³			
B			0,45 €	
C				48,6 €
D		75 m ³		

* Una máquina fabrica 300 piezas en 6 horas.

a) ¿Cuántas piezas fabrica en 1 hora?

b) ¿Cuántas piezas fabrica en 7 horas?

c) ¿Cuánto tiempo necesita para hacer 400 piezas?

* Con 360 gramos de levadura se elaboran 9 kg de un bizcocho.

a) ¿Cuántos gramos de levadura son necesarios por cada kg de bizcocho?

b) ¿Cuántos gramos de levadura se necesitan para hacer 2 kg de bizcocho?

b) ¿Cuántos kg de bizcocho se pueden hacer con 350 gramos de levadura?

Completa:

Cantidad de levadura (g)	Cantidad de bizcocho (kg)	
	1	$25:1=25$
	2	
350		
360		
	16	

3. Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales** si al multiplicar una de ellas por un número, la otra queda dividida por el mismo número.

En las magnitudes inversamente proporcionales, al multiplicar los valores de una de ellas por los de la otra se obtiene siempre un mismo número, la **constante de proporcionalidad inversa**.

Para resolver problemas de proporcionalidad inversa, se puede utilizar la **regla de tres simple inversa**, que se aplica de la siguiente forma:

$$\left. \begin{array}{l} a \rightarrow b \\ c \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Ejemplo resuelto:

En el cuadro adjunto se indica el número de carpinteros que realizan una obra y el tiempo empleado. Observa que el resultado de multiplicar el número de carpinteros por el tiempo es siempre 54, que corresponde a las horas que tardaría un carpintero en hacer él solo todo el trabajo.


Número de carpinteros	Tiempo (h)	
2	27	$2 \times 27 = 54$
3	18	$3 \times 18 = 54$
4	13,5	$4 \times 13,5 = 54$
6	9	$6 \times 9 = 54$
8	6,75	$8 \times 6,75 = 54$
10	5,4	$10 \times 5,4 = 54$


En este ejemplo, las magnitudes “número de carpinteros” y “tiempo empleado” son inversamente proporcionales y la constante de proporcionalidad inversa es 54.

Para calcular el tiempo que tardarían en hacer el trabajo 8 carpinteros, se aplica la **regla de tres simple inversa**:

$$2 \text{ carpinteros} \rightarrow 27 \text{ horas} \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot 27 = 8 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = (2 \cdot 27) / 8 = 6,75 \text{ horas}$$

* Sabiendo que un coche que viaja a 90 km/h recorre cierta distancia en 3,5 h, calcula el tiempo que tardaría en recorrer esa misma distancia si viajara a 120 km/h.

- * Una piscina se llena en 14 horas con un grifo que emana  litros por minuto
- Indica cómo son las magnitudes “número de litros que emana el grifo” y “tiempo que tarda en llenarse la piscina”
 - ¿Cuánto tiempo tardaría en llenarse la piscina si el grifo diese 320 litros por minuto?

- *  camiones cisterna llenan un depósito en 8 horas.
- Calcula la constante de proporcionalidad inversa.
 - Completa la tala:

Número de camiones	Tiempo empleado
1	
2	
3	
4	
6	8
12	
	24

EJERCICIOS

* Calcula el valor de las letras en las siguientes proporciones:

a) $2/9 = x/27$ b) $3/8 = 6/18 - a$ c) $1/5 = (10 - x) / 25$

* Di en qué casos las magnitudes son directamente o inversamente proporcionales:

- a) Distancia recorrida por un tren y tiempo empleado en recorrerla.
- b) Número de grifos que llenan una piscina y tiempo que tarda en llenarse.
- c) Altura de un edificio y longitud de su sombra.
- d) Masa de un bloque de hierro y volumen que ocupa.
- e) Densidad de una sustancia y volumen que ocupa.

* Un plano está hecho a escala 1:10.000

- a) ¿Qué significa que la escala sea 1:10.000?
- b) Una longitud de 15 cm en el plano, ¿cuántos metros son en la realidad?
- c) Una distancia de 3 km en la realidad, ¿qué longitud tiene en el plano?

* Indica la escala que utilizarías para representar en un folio DIN A4:

- a) El plano de tu habitación
- b) El plano del instituto
- c) El mapa de España
- d) El plano de Europa

* Expresa la escala a la que está hecho un plano sabiendo que:

- a) Una distancia de 100 km en la realidad son 5 cm en el plano.
- b) Una distancia de 20 km en la realidad son 2,5 cm en el plano.

* Para hacer el plano de una misma casa, Inmaculada utiliza una escala de 1:100 y Elena una escala de 1:120. ¿Qué plano tendrá mayor tamaño?

PROBLEMAS

* 15 caramelos cuestan 0,75 €.

a) ¿Cuánto cuestan 60 caramelos?

b) ¿Cuántos caramelos se pueden comprar con 4 €?

* El 75% del espacio de una caja está ocupada con 15 kg de naranjas.

a) ¿Cuántos kg de naranjas caben en la caja?

b) ¿Cuántas cajas del mismo tipo se necesitan para colocar 120 kg de naranjas?

* Se han excavado 90 metros en una galería trabajando 45 personas durante 15 días.

a) Si la galería tiene 270 metros, ¿cuántos días tardarán en acabar el trabajo trabajando el mismo número de personas al mismo ritmo?

b) Completa la tabla:

Número de días	Número de personas	Metros excavados
15	45	90
30	45	
45	9	

* Una empresa tiene que repartir 2100 euros entre tres trabajadores, Abel, Blas y Cleo, de forma proporcional al número de días que ha trabajado cada uno de ellos. Sabiendo que Abel ha trabajado 16 días, Blas 8 y Cleo 4, ¿cuánto debe recibir cada uno?

Solución:

	Trabajador	Nº de días trabajados	Debe recibir
2100 €	Abel	16	
	Blas	8	
	Cleo	4	

* En una fábrica se ha decidido subir el sueldo a sus empleados al comienzo del año 2006 de forma que el aumento será diferente según la categoría laboral del trabajador. Completa la tabla siguiente en la que se indica el sueldo en los años 2005 y 2006.

Categoría laboral	Sueldo en 2005	Sueldo en 2006	Aumento de sueldo (en euros)	Aumento de sueldo (en %)
Operario	800 €	880 €		
Técnico	900 €	945 €		
Gestor	1000 €	1030 €		

* En una clase de 2º ESO con 24 alumnos y alumnas, el 25% son inmigrantes. ¿Cuántos alumnos y alumnas españoles hay? **Solución: 18**

- * En un instituto de secundaria hay 800 alumnos y alumnas, de los cuales:
- 240 están en el 1^{er} ciclo de ESO, de los que el 15% son inmigrantes.
 - 260 están en el 2^o ciclo de ESO, de los que el 20% son inmigrantes.
 - 300 están en Bachillerato, de los que el 10% son inmigrantes.

a) Completa la siguiente tabla con los datos que faltan:

	1 ^{er} ciclo ESO	2 ^o ciclo ESO	Bachillerato
Españoles			
Inmigrantes			
Total alumnos	240	260	300

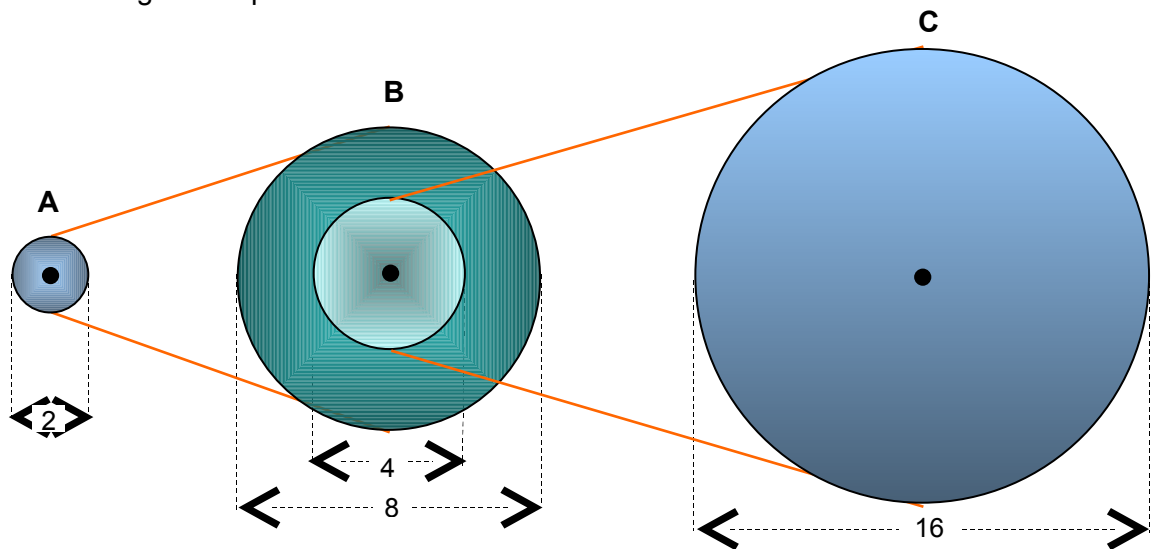
- b) ¿Cuántos alumnos y alumnas inmigrantes hay en total en el instituto?
- c) ¿Cuántos alumnos y alumnas españoles hay en total en el instituto?
- d) ¿Qué porcentaje de alumnos y alumnas inmigrantes hay en el instituto?
- e) ¿Qué porcentaje de alumnos y alumnas españoles hay en el instituto?

* Subraya la palabra correcta:

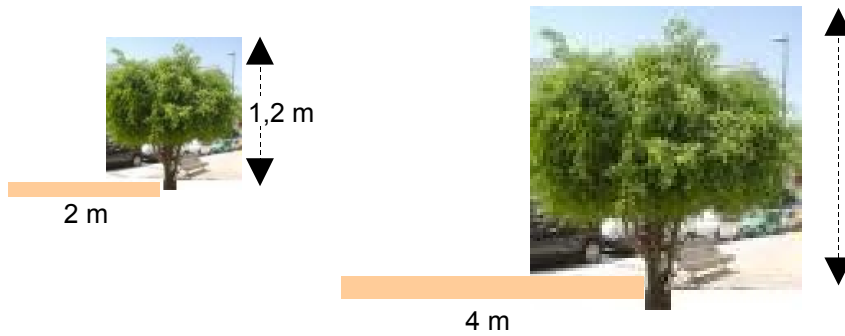
El número de vueltas que en el mismo tiempo dan dos ruedas dentadas unidas por una correa es directamente/inversamente proporcional al número de dientes de cada rueda.

* La polea A de la figura gira a 720 revoluciones por minuto (rpm).

- a) ¿A qué velocidad girará la polea B?
- b) ¿A qué velocidad girará la polea C?



* Calcula la altura del árbol grande de la figura. Ten en cuenta que la altura de un árbol y su sombra son magnitudes directamente proporcionales.



* La rueda de un coche da 4.500 vueltas en 15 minutos. Calcula cuántas vueltas dará en:

- a) 1 hora
- b) 2 horas y media
- c) 3 horas y 45 minutos

* En la recta del dibujo se han representado los números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{16}$. Observa y comprueba que cada número es la mitad del número anterior. Completa seis números más en la sucesión de números:

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$

¿Cuál sería el último término de esta sucesión?



1.